

## Typische Blaskammerbilder mit relativistischen Elektronen für Energien unter 30 MeV

VON GERT HARIGEL, DIERK LÜERS, HANS-MICHAEL MAYER, MAX SCHEER und KLAUS SCHULTZE

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Januar 1961)

### 1. Einleitung

Für die Untersuchung der Wechselwirkung verschiedener Elementarteilchen ist bei höchsten Energien die Blaskammer unentbehrlich geworden. Sie für viele Experimente besser geeignet als andere Ioneninstrumente oder Zählgeräte<sup>1</sup>. Hier wird über eine Blaskammer berichtet, die für Experimente bei hohen Energien bis zu 30 MeV am SRW-Betatron der Universität Würzburg betrieben wird. Die Blaskammer, die einen Durchmesser von 10 cm besitzt, wurde am Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik in München gebaut. Zunächst wurden mit der Blaskammer zwei schwere Blaskammerflüssigkeiten ( $C_3H_8$  und  $CF_3Br$ , Dichte s. Tabelle 2) erprobt; bei wurde in beiden Flüssigkeiten eine Blaskammergeometrie erreicht, was für die Auswertung der Spuren wesentlich ist<sup>2</sup>.

Für viele Untersuchungen der Wechselwirkung von Elektronen ist es erstrebenswert, daß die Bahn eines Elektrons vom Eintritt in die Flüssigkeit bis zur letzten Abbremsung auf einer Blaskammeraufnahme verfolgt werden kann. Das läßt sich bei den gegebenen Dimensionen der Blaskammer für verschiedene Flüssigkeiten dadurch erreichen, daß man die Blaskammer mit einem geeigneten Wert für die Energie der Elektronen einstellt. In dieser Arbeit werden typische Blaskammerbilder vorgelegt, die das Verhalten von relativistischen Elektronen in Materie bzw. in zwei Flüssigkeiten mit unterschiedlicher effektiver Ionisationszahl erläutern. An Hand dieser Aufnahmen wird auf Experimente hingewiesen, für die die Verwendung einer Blaskammer auch bei kleineren Energien besonders vorteilhaft ist.

### 2. Experimenteller Aufbau

#### a) Blaskammer

Die Blaskammer besteht aus einem flachen Aluminium-Zylinder von 9,6 cm Durchmesser und 6 cm Tiefe, der vorn und hinten durch 2,2 cm dicke parallele Glasplatten abgeschlossen ist. Bei den ersten Versuchen mit Frigen ( $CF_3Br$ ) trat zwischen der Flüssigkeit und dem Aluminium der Kammerwand eine chemische Reaktion auf; es bildete sich eine unlösliche Substanz ( $AlBr_3$ ), die fein verteilt eine Trübung der Flüssigkeit zur Folge hatte. Um diese chemischen Reaktionen zu unterbinden, wurde die Wand der Blaskammer vergoldet; dies wurde durch eine geeignete Kombination von galvanisch aufgetragenen Metallen (Nickel, Kupfer, Gold) möglich.

<sup>1</sup> Eine vergleichende Betrachtung der kernphysikalischen Nachweismethoden findet man in [1].

<sup>2</sup> Bisher wurde nur über eine Blaskammergeometrie von 30/cm in der Literatur berichtet [2].

Die Expansion der volumendefinierten Blaskammer erfolgt mit Hilfe einer Membran, auf die im gespannten Zustand ein einstellbarer Druck wirkt, der größer als der Dampfdruck der jeweiligen Flüssigkeit bei der Arbeitstemperatur sein muß. Die Expansion wird ausgelöst, wenn das elektromagnetisch gesteuerte Expansionsventil (Barksdale Valves Corp., Typ 103835) betätigt wird. Durch die Bewegung des Ventils wird gleichzeitig die Zuführung der Druckluft abgeregelt und eine Öffnung nach außen freigegeben. Dadurch verschwindet der Druck auf die Membran und es tritt eine plötzliche Entlastung der Flüssigkeit ein (Druckabfall in der Flüssigkeit in etwa 2 msec). Die Blaskammer kann in einem Temperaturbereich von der Zimmertemperatur bis etwa 150°C betrieben werden. Die elektrische Heizung des nach außen thermisch isolierten Aluminiumzylinders wird durch ein Kontaktthermometer gesteuert; die Arbeitstemperatur der Flüssigkeit kann dadurch auf  $\pm 0,1^\circ C$  konstant gehalten werden. Die Blaskammer arbeitet mit einer Repetitionszeit von 10 sec. Obwohl die Rekompensation der Flüssigkeit schon nach 33 msec abgeschlossen ist, ist es angebracht, eine längere Zeitspanne bis zur nächsten Aufnahme verstreichen zu lassen, bis die Temperatur- und Druckschwankungen in der Flüssigkeit sich ausgeglichen haben. Durch größere Änderungen an der Konstruktion der Blaskammer wäre eine weitere Verkürzung der Repetitionszeit möglich; das war in diesem Falle aber nicht notwendig, da die Auswertung einer einzelnen Elektronenbahn ein Vielfaches der Aufnahmezeit in Anspruch nimmt (360 Aufnahmen pro Stunde, Auswertung dieser Aufnahmen mehrere Wochen). Die Beleuchtung der Spuren erfolgt mit einer Blitzlampe (PTW, Type BLDW 85/4) und einem Dunkelfeldkondensor (s. Abb. 1). Als Lichtquelle dient eine gleichmäßig ausgeleuchtete Mattscheibe, auf der zwei lichtundurchlässige Scheiben angebracht sind. Diese Scheiben werden durch den Kondensor auf die Kameraobjektive abgebildet. Die Spuren in der Blaskammer werden von zwei Kameras ( $f = 15$  cm) photographiert, deren optische Achsen in einem Abstand von 20,9 cm parallel zueinander und zur Blaskammerachse eingerichtet sind (Abstand der Hauptebenen der Objektive von der Vorderseite der Blaskammer 95 cm). Mit den Aufnahmen beider Kameras ist dann eine räumliche Auswertung des Spurenverlaufes möglich.

#### b) Betatron

Zur Herstellung der Aufnahmen von Elektronen wurden aus dem Würzburger 35 MeV-Betatron (SRW-Betatron) monoenergetische Elektronen in die Blaskammer eingeschossen. Den schematischen Aufbau hierzu zeigt Abb. 1. Bei der Kombination



von Betatron und Blasenkammer erweist es sich als sehr vorteilhaft, daß die Länge des Strahlungsimpulses des SRW-Betratrons nicht mehr als 10  $\mu\text{sec}$  beträgt (ein Nachteil bei Zählerexperimenten!); denn um Blasen einheitlicher Größe erhalten zu können, muß die zeitliche Länge des Strahlungsimpulses klein gegen die Dauer des Blasenwachstums (0,2 bis 1,0 msec) sein.

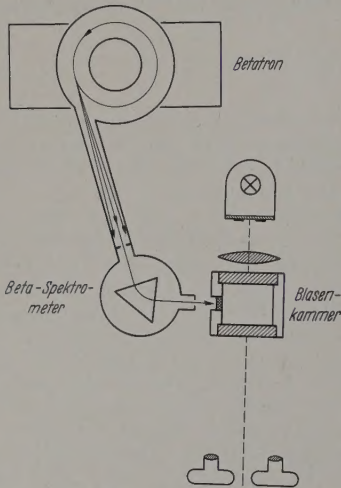


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung

Blasenkameraaufnahmen lassen sich besonders gut auswerten, wenn möglichst wenig Teilchenspuren und ein möglichst geringer Strahlungsuntergrund pro Aufnahme photographiert werden. Deshalb muß die Intensität des Betatrons soweit wie möglich heruntergeregelt werden, und es dürfen im Mittel nicht mehr als 3 Elektronen pro Teilchenimpuls in die Blasen-

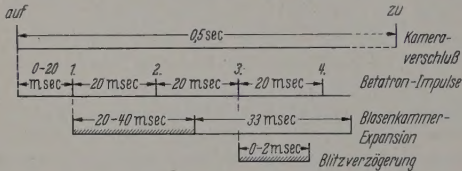


Abb. 2. Zeitlicher Ablauf der einzelnen Vorgänge für eine Aufnahme. Die schraffiert eingezeichneten Verzögerungszeiten können wahlweise vorgegeben werden

kammer gelangen. Durch spezielle Einschießbedingungen (Kathodenheizung, Anodenspannung, Injektorspannung) kann die Zahl der im Beschleunigungsgefäß des Betatrons umlaufenden Elektronen stark herabgesetzt werden. Von diesen Elektronen werden nur etwa 1 % herausgeführt. Diese Elektronen laufen dann in ein evakuiertes System, das aus einem 2 m langen Rohr und einem sich daran anschließenden  $\beta$ -Spektrometer besteht. Am Ende des Rohres ist eine Bleibende (Durchmesser 5 mm) angebracht, um die Intensität des divergenten Elektronenstrahls nochmals herabzusetzen. Die Elektronen, die auf die Blende treffen und sie durchdringen, erleiden dort einen merklichen Energieverlust. Das nachfolgende  $\beta$ -Spektrometer dient dazu, die mit einem Energieverlust behafteten Elektronen auszusortieren. Durch den Austrittsspalt des Spektrometers (5 mm) gelangen dann nur monoenergetische Elektronen bis zur Blasen-kammerwand. Damit die Energie der Elektronen bis

zum Eintritt in die Blasenkammerflüssigkeit möglichst einheitlich bleibt, ist in die Wand des Aluminiumzylinders ein Fenster ( $\varnothing$  30 mm) so eingefräst, daß vom Aluminium an der Innenseite der Kammer noch eine Wandstärke von 0,6 mm erhalten blieb. Hierdurch werden unnötige Unebenheiten im Inneren der Kammer vermieden, an denen bei der Expansion vorzeitig ein Kochen einsetzen würde. Zur mechanischen Unterstützung (Innendruck 35 atü) wurde auf das Aluminiumfenster eine Berylliumscheibe (Dicke 4 mm, mit Hilfe eines Schraubinges gepreßt. Für die einzuschießende Strahlung steht noch eine Öffnung von 22 mm zur Verfügung. Der mittlere Energieverlust  $\Delta E$ , den Elektronen beim Durchdringen des Fensters erleiden, ist in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1

Elektronenenergie . . . . .	8 Mev	20 Mev
Energieverlust durch Ionisation	1,42 Mev	1,48 Mev
Energieverlust durch Strahlung	0,14 Mev	0,36 Mev

#### c) Synchronisation von Betatron und Blasenkammer

Da das Betatron im Impulsbetrieb von 50 Hz arbeitet und jeder Strahlungsimpuls selbst nur eine Länge von 10  $\mu\text{sec}$  hat, andererseits die Blasenkammer nach ihrer Expansion nur wenige Millisekunden für Strahlung empfindlich ist, müssen Betatronimpuls Expansion und Zeitpunkt der Aufnahme miteinander synchronisiert werden. Diese Synchronisation wird mit einer elektronischen Schaltung realisiert. Der zeitlichen Ablauf der einzelnen Vorgänge erläutert Abb. 2. Der Ablauf beginnt mit dem Öffnen der Kameras, das alle 10 sec automatisch von einem Zeitgeber vorgenommen wird und die Repetitionszeit festlegt. Gegen den nächstfolgenden 1. Betatronimpuls wird der Beginn der Blasenkammerexpansion soweit verzögert, daß der übernächste (3.) Strahlungsimpuls in den empfindlichen Bereich der Druckkurve fällt. Die Zündung der Blitzlampe (Blitzdauer 20  $\mu\text{sec}$ ) kann gegen den 3. Betatronimpuls je nach der Wachstums geschwindigkeit der Blasen in der jeweiligen Flüssigkeit bis zu 2 msec verzögert werden. Die richtige Einstellung des zeitlichen Ablaufs muß durch viele Blasen kameraaufnahmen empirisch gesucht werden. Als Hilfe dazu stehen der zeitliche Ablauf des Flüssigkeits druckes aus einem piezoelektrischen Druckmesser und über das Signal einer Photodiode die zeitliche Lage des Blitzes zur Verfügung.

#### d) Betriebsbedingungen der Blasenkammer

Die Blasenkammer wurde mit zwei Flüssigkeiten betrieben, die sich im wesentlichen in ihrer Dichte und ihrer mittleren Ordnungszahl unterscheiden. Die günstigsten Betriebsbedingungen bei einer Blasendichte von 50 Blasen/cm sind in nebenstehender Tabelle angegeben:

Tabelle 2

	Chemische Formel	Temperatur °C	Kompressionsdruck atm	Dichte g/cm <sup>3</sup>	Brechungsindex*	dE/dz Ionisation 20 MeV/cm	dE/d Strahlung 20 MeV/cm
Propan	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	64	35	0,43	1,23	0,81	0,18
Frigen	CF <sub>3</sub> Br	33	30	1,48	1,20	2,62	1,82

\* Der Brechungsindex wurde experimentell bestimmt s. Abschnitt 4.



### 3. Typische Blasenkammeraufnahmen

Es sollen einige charakteristische Blasenkammeraufnahmen gezeigt werden, die man beim Durchgang von Elektronen bzw.  $\gamma$ -Strahlung durch die Flüssigkeiten erhält. Es können folgende Ereignisse auftreten (s. Abb. 3—9):

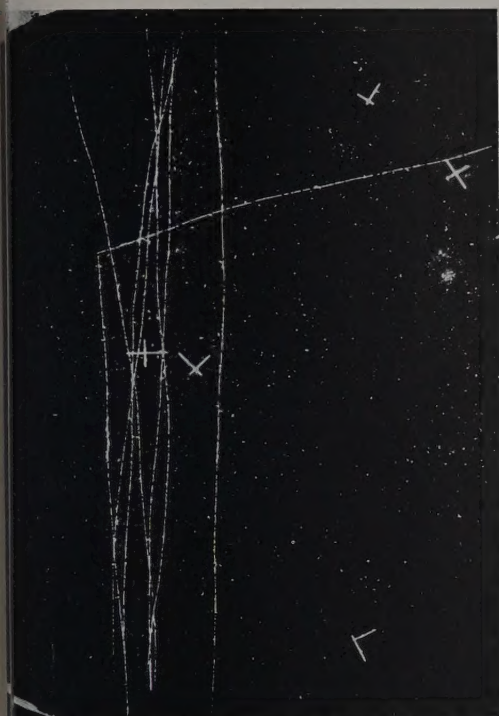


Abb. 3. Elastische Kernstreuung ( $C_3H_8$ ; 20 MeV). Die Streuung eines Elektrons kann unabhängig von der Größe des Winkels elastisch oder inelastisch (Erzeugung von harten  $\gamma$ -Quanten) sein. Hier ist aus der geringen Streuung des Elektrons nach der Ablenkung zu ersehen, daß es keinen merklichen Energieverlust erlitten hat (vgl. Abb. 8a). Die Innenwand des Blasenkammerzylinders ist teilweise auf den Aufnahmen als weißer Rand sichtbar (Durchmesser des Metallzylinders 9,7 cm). Das Einfallsfenster für die Strahlung befindet sich auf allen Aufnahmen am äußeren Bildrand. Die kreuzförmigen Markierungen sind auf den Glasplatten für die räumliche Auswertung der Spuren angebracht

### 4. Auswertung von Blasenkammeraufnahmen

Um den räumlichen Verlauf der Spuren rekonstruieren zu können, werden die korrespondenten Aufnahmen in der Projektion vermessen [3]. Durch

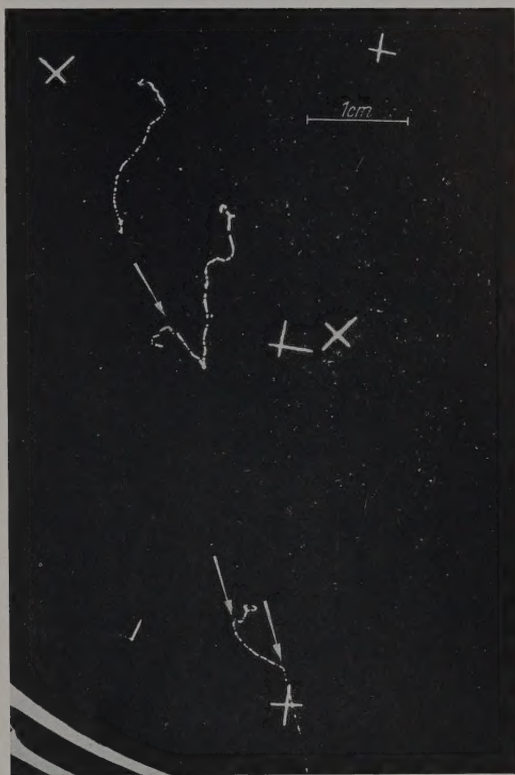


Abb. 4. Erzeugung von Bremsstrahlung ( $CF_3Br$ ; 20 MeV). Das Primärelektron ist auf einer besonders kurzen Bahnlänge abgebremst worden (vgl. Abb. 8c), d.h. es hat einen Teil seiner Energie durch Erzeugung von Bremsstrahlung verloren. Die erzeugten Quanten sind nachweisbar, wenn durch Compton-Effekt oder durch Paarbildung energiereiche Elektronen in der Blasenkammerflüssigkeit gebildet werden. Der Erzeugungsort der absorbierten Quanten läßt sich aus verschiedenen Gründen nicht genau angeben. Besonders erschwerend ist, daß aus dem Öffnungswinkel eines Elektronenpaares nicht eindeutig die Einfallsrichtung des erzeugenden Quanten ermittelt werden kann. Außerdem besteht keine eindeutige Beziehung zwischen dem Ablenkwinkel des Primärelektrons und der Quantenenergie. Beispielsweise kann auf dieser Aufnahme das Quant, das das Compton-Elektron erzeugt hat, durch Abbremsung des Primärelektrons oder des einen Paarelektrons entstanden sein

#### 1. Wechselwirkung von Elektronen mit Atomkernen:

- a) Elastische Streuung (Mott-Streuung) (Abb. 3)
- b) Energieverlust durch Erzeugung von Bremsstrahlung (Abb. 4)
- c) Direkte Paarbildung (Tridents) (Abb. 5)

#### 2. Wechselwirkung von Elektronen mit der Atomhülle:

Energieverlust durch Ionisation, Erzeugung von  $\delta$ -Strahlen (Möller-Streuung) (Abb. 6)

#### 3. Wechselwirkung von $\gamma$ -Quanten mit Atomkernen:

Bildung von Paar-Elektronen (Abb. 7)

#### 4. Wechselwirkung von $\gamma$ -Quanten mit der Atomhülle:

Bildung von Compton-Elektronen (Abb. 7)  
Bildung von Paar-Elektronen im Feld der Hüllenelektronen (Abb. 7)

Messung der ebenen Koordinaten eines Spurpunktes aus einer Aufnahme sowie durch Messung der Parallaxe aus beiden Aufnahmen ist eine Berechnung der wahren Koordinaten in der Blasenkammer möglich. Für die Messung der Parallaxe werden die Aufnahmen übereinander projiziert, eine definierte Einstellung wird mit Hilfe von Kontrollmarken erreicht, die auf den Glasfenstern der Blasenkammer eingätzt sind. Für die Berechnung der wahren Koordinaten wurden die Formeln von Bassi [4] zugrunde gelegt<sup>1</sup>. In die Auswertung geht wesentlich der Brechungsindex der verwendeten Flüssigkeit ein, der abgesehen von der chemischen Zusammensetzung auch noch von der Dichte der Flüssigkeit am Arbeitspunkt abhängig ist. Der Brechungsindex wurde experimentell durch den Vergleich der Parallaxen von den Kontrollmarken mit und ohne Flüssigkeit bestimmt und auch theoretisch

<sup>1</sup> In den Formeln von Bassi et al. muß die Brennweite „ $f$ “ durch die Bildweite „ $b$ “ ersetzt werden.



Abb. 5

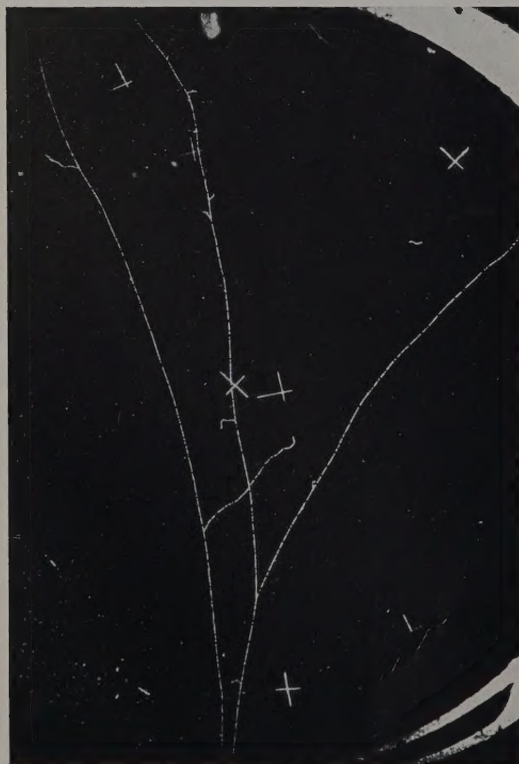


Abb. 6

unter Benutzung der Molrefraktion berechnet. Nach beiden Methoden ergaben sich die gleichen Werte (s. Tabelle 2). Die räumlichen Koordinaten  $x$ ,  $y$  konnten mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,07$  mm, dagegen die Tiefenkoordinate  $z$  aus der Parallaxe nur mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,38$  mm gemessen werden.

### 5. Mögliche Experimente

Da man die Elektronenspuren leicht bis zu ihrem Ende verfolgen kann, ergibt sich die Möglichkeit, die Bahnlänge (wahre Reichweite der Elektronen) auszumessen und die Bahnlängenverteilung infolge der

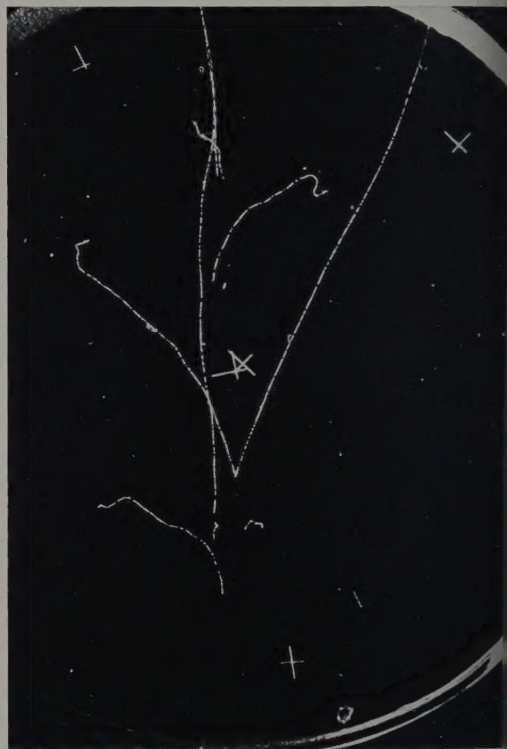


Abb. 7

Abb. 5. Direkte Paarbildung oder Trident ( $C_6H_6$ ; 20 MeV). Die direkte Paarbildung im Kernfeld ist bei diesen Energien ein seltenes Ereignis (1 Trident auf etwa 5000 Elektronenbahnen). Die direkte Paarbildung kann auch im Feld eines Elektrons auftreten, aber die Wahrscheinlichkeit für diesen Prozeß ist noch kleiner als für die direkte Paarbildung im Kernfeld (vgl. Abb. 7)

Abb. 6. Elektron-Elektron-Streuung, Winkelverteilung ( $C_6H_6$ ; 20 MeV). Das Elektron, das nach dem Stoß die größere Energie besitzt, wird deflexionsgemäß als Primärelektron bezeichnet. Der Winkel, den das Sekundärelektron mit der Einfallsrichtung des Primärelektrons bildet, ist eine Funktion der Energie des Sekundärelektrons. Sekundärelektronen sehr kleiner Energie werden unter annähernd  $90^\circ$  emittiert, ohne daß eine merkliche Ablenkung des Primärelektrons auftritt. Mit wachsender Energie der Sekundärelektronen wird der Winkel kleiner und der Ablenkungswinkel des Primärelektrons größer. Bei der Betrachtung der Aufnahmen muß berücksichtigt werden, daß nur die Projektion des räumlichen Streuwinkels auf die Filmebene zu sehen ist, und daß außerdem bei energiearmen Sekundärelektronen der ursprüngliche Streuwinkel oft durch Vielfachstreuung verdeckt ist (vgl. Abb. 8a)

Abb. 7. Streuung und Absorption von Gamma-Quanten ( $C_6H_6$ ; Gammaenergie 22 MeV). Aus dem Röntgenstrahl des Betatrons wurde ein schmales Bündel ausgeblendet, dessen Durchmesser kleiner war als der Durchmesser des Blasenkammerfensters. Die Quanten werden durch den Compton-Effekt gestreut und durch Paarbildung absorbiert. Bei der Paarbildung kann das Elektronenpaar im Kernfeld oder (mit einer um den Faktor  $1/(Z + \text{Const.})$  geringeren Wahrscheinlichkeit) im Feld eines Elektrons gebildet werden. Diese beiden Prozesse sind in der Blasenkammer nicht immer zu unterscheiden, weil der Rückstoß (Impuls) des Elektrons oft klein ist, um eine getrennte Spur zu erzeugen



statistischen Schwankungen der Energieverluste zu bestimmen. Bisher lagen zu diesem Problem der Zahlen Reichweiten oberhalb von 1 MeV, wo der Energieverlust durch Strahlung nicht mehr gegenüber dem Energieverlust durch Ionisation vernachlässigt werden kann, noch keinerlei Messungen vor. Es sind jedoch theoretische Berechnungen vorhanden, in denen der Energieverlust durch Strahlung berücksichtigt ist [5]. Zur Prüfung dieser Theorie werden mit der beschriebenen Anordnung Messungen der Reichweiteschwankungen durchgeführt; dabei wird auch die maximale Eindringtiefe jedes einzelnen Elek-

trons gemessen. Da diese Auswertung der Reichweiten sehr langwierig ist, konnten bisher nur vorläufige Ergebnisse angegeben werden [6].

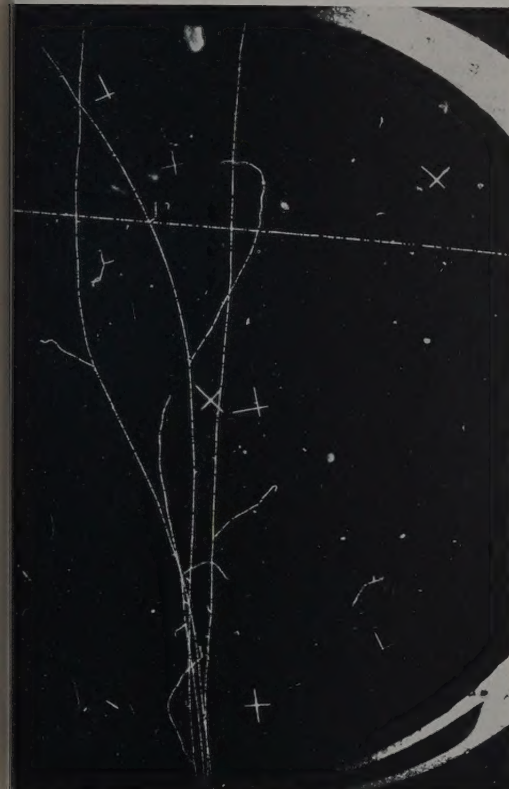


Abb. 8a

Abb. 8a. Eigenschaften einer Elektronenbahn: Vielfachstreuung ( $C_2H_4$ ; 20 MeV). Die unregelmäßigen Krümmungen der Teilchenbahn entstehen durch die Vielfachstreuung. Der mittlere Vielfachstreuungswinkel wird mit wachsender Energie des Elektrons immer kleiner. Man vergleiche das horizontale Teilchen, das horizontal durch das Bild läuft, mit den Primärelektronen (20 MeV beim Eintritt in die Blasenkammer) und den Sekundärelektronen (0—4 MeV am Ursprungspunkt).

Abb. 8b. Eigenschaften einer Elektronenbahn: Streuwinkel  $> 90^\circ$ , rückläufige Elektronen (CF<sub>3</sub>Br; 20 MeV). Die Streuung eines Elektrons nimmt zu, wenn die Energie kleiner wird (vgl. Abb. 8a). Deshalb kommt es am oberen (im Bild oben) häufig vor, daß Elektronen rückläufig werden. In einem Material hoher Ordnungszahl wird aber auch eine merkliche Anzahl von Elektronen mit noch relativ großer Energie rückläufig. Das kann durch eine einzige Großwinkelstreuung (im Bild rechts) oder durch die Folge von Streuprozessen (im Bild links) entstehen. Wenn die rückläufigen Elektronen die Flüssigkeit wieder durch die Eintrittsebene verlassen, spricht man von Rückstreuung. Die Rückstreuung ist ein wichtiger Teil der Rückdiffusion; sie spielt jedoch bei diesen Energien nur eine untergeordnete Rolle.

Abb. 8c. Eigenschaften einer Elektronenbahn: Bahnlänge (CF<sub>3</sub>Br; 20 MeV). In dieser Abbildung sind die Bahnlängen (wahre Reichweiten) der 3 Elektronen gleicher Anfangsenergie verschieden groß. Das ist im wesentlichen durch den statistisch unterschiedlichen Energieverlust durch Strahlung zu erklären. In Flüssigkeiten, in denen der Energieverlust durch Strahlung vernachlässigt werden kann (z. B.  $C_2H_4$ ), treten sehr große Reichweiteschwankungen nur auf, wenn energiereiche Sekundärelektronen gebildet werden.

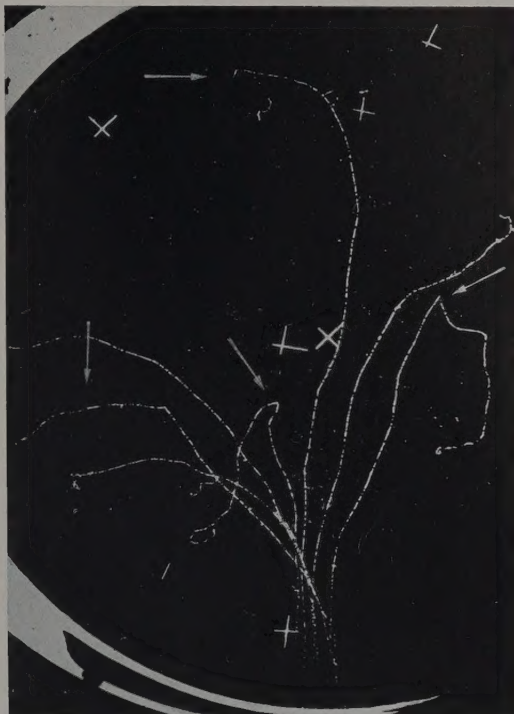


Abb. 8b

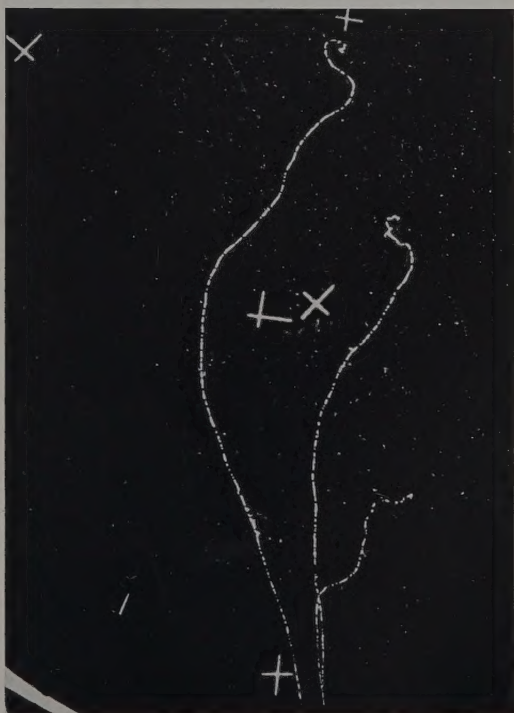


Abb. 8c



Außerdem können Aussagen über die Diffusion von Elektronen in dicken Materieschichten gemacht werden, die durch eine Folge von Einzelstreuungen und Vielfachstreuung entstehen. Bisher konnte an dünnen Folien nur die Einzel- oder Mehrfachstreuung von Elektronen mit Zählern gemessen werden. Aus der Kenntnis der Auffächerung eines Elektronenstrahles

in Propan gemacht. Außerdem wurden Elektronenstrahlen großer Intensität und unterschiedlicher Energie in Propan eingeschossen, um die Reichweite und Diffusion von Elektronenstrahlen zu veranschaulichen [7]. Propan kann dabei weitgehend als gewebeähnlich betrachtet werden (ebenda Abb. 1).

Für die Messung der Wirkungsquerschnitte von Einzelereignissen ist dagegen in diesem Energiebereich die Blasenkammer nicht besonders geeignet. Bei diesen Energien können bei einem Einzelereignis nicht mehr als 3 Sekundärteilchen auftreten. Das bedeutet, daß der Wirkungsquerschnitt eines Einzelereignisses in einer speziellen Apparatur gut mit Zählern gemessen werden kann. Ein Zählerexperiment ist unter diesen Umständen der Blasenkammergegenüber vorzuziehen, weil die Energie der Sekundärteilchen meist genauer bestimmt werden kann und statistische

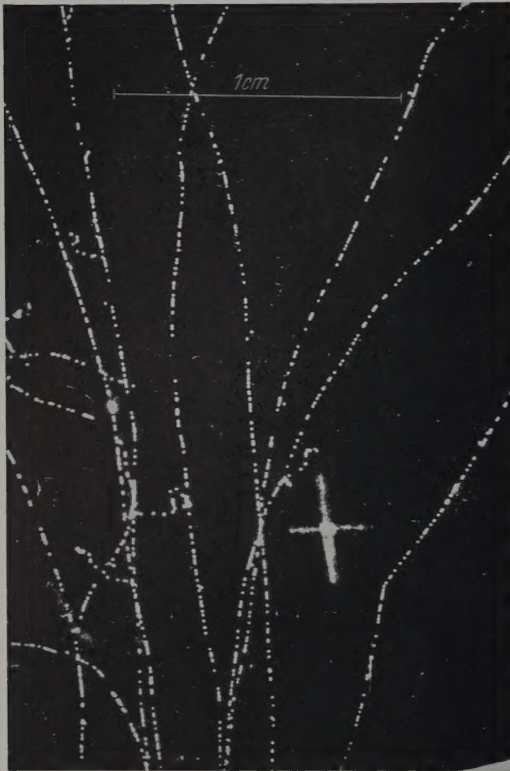


Abb. 8d. Eigenschaften einer Elektronenbahn: Blasendichte ( $\text{CF}_3\text{Br}$ ; 20 MeV). Auf der Aufnahme sind die Schwankungen der Blasendichte längs der Bahn deutlich erkennbar. Sie entstehen durch die statistischen Schwankungen des Energieverlustes durch Ionisation und durch die thermischen Fluktuationen in der Flüssigkeit. Die Blasendichte ändert sich für Energien über 2 MeV nur sehr wenig mit der Elektronenenergie. Es wurde ein Ausschnitt aus der Blasenkammer am Eintrittsfenster photographiert. Die Spuren verlaufen dort annähernd senkrecht zur optischen Achse (vgl. Abb. 8b)



Abb. 9. Eigenschaften eines Elektronenstrahles ( $\text{C}_6\text{H}_6$ ; 9,3 MeV). Aus vielen Aufnahmen einzelner Elektronen lassen sich die Eigenschaften eines Elektronenbündels messen und verstehen z.B. die Häufigkeitsverteilung der Bahnlängen, die praktische Reichweite, die maximale Reichweite, die Änderung des Energiespektrums mit zunehmender Tiefe, die Dosisverteilung, die Diffusion usw.; Einzelheiten und weitere Aufnahmen in [7]

können mit Hilfe der Blasenkammeraufnahmen Aussagen über die Volumenionisation bzw. über das Verhältnis der Dosis zur Zahl der durchgelaufenen Elektronen gemacht werden (Abb. 9).

Diese Experimente interessieren unabhängig von ihrem physikalischen Ergebnis für die medizinische Anwendung energiereicher Elektronenstrahlung. Ein wesentlicher Vorteil der Therapie mit Elektronen ist nämlich im Gegensatz zu der Therapie mit  $\gamma$ -Strahlung gerade die Möglichkeit, die Reichweite der ionisierenden Strahlung scharf zu begrenzen (beispielsweise um dahinterliegende empfindliche Organe nicht zu schädigen).

Weiterhin kann die Absorption eines gegebenen  $\gamma$ -Spektrums durch Bildung von Paar- und Compton-Elektronen in Abhängigkeit von verschiedenen Vorfiltern für verschiedene Tiefen in der Flüssigkeit bestimmt werden. Zu diesen Problemen wurden Aufnahmen von gefilterter und ungefilterter  $\gamma$ -Strahlung

besser gesicherte Ergebnisse geliefert werden können. Hierzu zählen die Messungen des Wirkungsquerschnittes von Elektron-Elektron-Streuung, Positron-Elektron-Streuung, Mott-Streuung und von direkter Paarbildung. Zur Erläuterung dieser Ereignisse können aber typische Blasenkammeraufnahmen vorgelegt werden, die vor allem für didaktische Zwecke von wohl kaum zu übertreffender Anschaulichkeit sind.

### Zusammenfassung

Es wird eine 10 cm-Blasenkammer beschrieben, die an einem 35 MeV-Betatron betrieben wird. Die Anordnung zur Herstellung einzelner Elektronen sowie die Synchronisation mit dem Betatron wird erläutert. Es werden Blasenkammeraufnahmen vorgelegt, die für relativistische Elektronen bis zu 30 MeV charakteristisch sind. An Hand dieser Aufnahmen wird auf die Experimente hingewiesen, für die eine Blasenkammer auch bei diesen kleinen Energien andere kernphysikalischen Nachweismethoden vorzuziehen ist.



Herrn Professor Dr. W. HEISENBERG und Herrn Professor Dr. H. KULENKAMPFF möchten wir für ihr ständiges Interesse und die Förderung dieser Arbeit herzlich danken. Für zahlreiche Anregungen und Diskussionen sind wir Herrn Dr. G. VON GIERKE und Herrn Dr. K. GOTTSTEIN dankbar. Für ihre Mitarbeit beim Aufbau der Apparaturen und ihre Hilfe bei Betrieb der Blasenammer danken wir den Herren F. D. HARDER, H. HÄUFLÖCKNER, E. KEIL, G. KLASSEIER, K. MOUSTAFA und Frau M. WULFF. Diese Arbeit wurde ermöglicht durch die Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V.

**Literatur:** [1] GOTTSTEIN, K.: *Naturwissenschaften* **46**, 97 (1959). — [2] HAHN, B., G. RIEPE und A. W. KNUDSEN: *Rev. Sci. Instrum.* **30**, 654 (1959). — [3] DERADO, I., G. LÜTTJENS u. N. SCHMITZ: *Ann. Phys.*, VII. F. **4**, 103 (1959). — [4] BASSI, P., A. LORIA, J. A. MEYER, P. MITTNER e I. SCOTONI: *Nuovo Cim.*, Ser. X **5**, 1729 (1957). — [5] BLUNCK, O.: *Z. Physik* **131**, 354 (1952). — [6] HARIGEL, G., M. SCHEER u. K. SCHULTZE: *Z. Naturforsch.* **16a**, 132 (1961). — [7] HARDER, D., G. HARIGEL u. K. SCHULTZE: *Strahlentherapie* (im Druck).

Dipl.-Phys. DIERK LÜERS, Dr. HANS-MICHAEL MAYER und  
Dipl.-Phys. KLAUS SCHULTZE  
Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München 23

Dipl.-Phys. GERT HARIGEL und Privatdozent Dr. MAX SCHEER  
Physikalisches Institut der Universität, Würzburg

## Strahlungsverluste im FFAG-Beschleuniger\*

Von JOCHEN BIRSACK

(Eingegangen am 30. August 1960)

Die Frage nach der elektromagnetischen Strahlung eines Teilchens bei sehr hohen Geschwindigkeiten hat neuerer Zeit an Interesse gewonnen, nachdem dieses Problem für den Bau von Betatrons oberhalb 100 MeV höchst bedeutsam wurde.

Die Lösung des Problems im Falle eines mit konstanter Geschwindigkeit im Kreise umlaufenden Teilchens (klassisches Betatron) gelang in den Jahren 1945 bis 1948 [1], [2] und wurde 1953 in dem auch in deutscher Sprache erschienenen Buche von IWANENKO und SOKOLOV [3] ausführlich dargestellt. Das Strahlungsfeld in der Wellenzone  $\mathcal{E}(r, \vartheta, \varphi, t)$  und  $\mathcal{H}(r, \vartheta, \varphi, t)$  ergab sich dabei vollständig aus dem Ansatz des retardierten Potentials

$$\mathcal{E} = \nabla \times \mathcal{A}, \quad \mathcal{H} = \nabla \times \mathcal{A}, \quad \mathcal{A} = \frac{e}{c} \int \frac{v(r)}{R} \delta\left(\tau - t + \frac{R}{c}\right) d\tau,$$

wobei  $\delta$  die Diracsche Deltafunktion und  $R$  der Abstand Aufpunkt-Teilchen zur Zeit  $\tau$  sein soll.

Anders liegt der Fall bei FFAG-Geräten\*; die Teilchenbahnen sind nicht kreisförmig, sondern vielmehr von weitgehend beliebiger Form [4]. Infolge dieser Komplikation ist der oben angedeutete Lösungsweg nicht mehr gangbar. Außerdem ist die Bahn in dem Gerät willkürlich anders gestaltet, so daß es gar keine generelle Lösung für alle FFAG-Geräte geben kann.

Da in der vorliegenden Fragestellung hauptsächlich die Strahlungsleistung (gesamte pro Zeiteinheit abgestrahlte Energie) und nicht Einzelheiten des Strahlungsfeldes, wie Winkel- oder Spektralverteilung der Strahlung, von Interesse sind, soll nunmehr ein ganz anderer, schon 1933 von R. BECKER [5] eingehend beschriebener Weg befolgt werden. Wie weiterhin gezeigt werden wird, erhält man dabei in überaus einfacher Weise ein allgemein anwendbares Resultat.

Im folgenden wird die spezielle Relativitätstheorie herangezogen, wobei die übersichtliche Minkowskische Vierer-Vektor-Schreibweise verwendet werden soll und zwar hier der Einfachheit halber mit imaginärer Komponente, d.h. mit der Festsetzung  $x_4 = ict$ .

\* FFAG-Beschleuniger sind Kreisbeschleuniger mit zeitlich festem Feld und alternierendem Gradienten (fixed field alternating gradient).

Es werden lediglich die Vierervektoren für Impuls, Geschwindigkeit und Beschleunigung gebraucht, an deren Zusammenhang mit den nichtrelativistischen Größen hier erinnert sei:

$$\left. \begin{aligned} (P_i) &= \left( \frac{p}{c}, E \right), \quad (u_i) = \left( \frac{dx_i}{d\tau} \right) = \left( \frac{v}{c} \sqrt{1-\beta^2}, \frac{v}{c} \sqrt{1-\beta^2} \right), \\ (b_i) &= \left( \frac{du_i}{d\tau} \right) = \left( \frac{b}{c} \sqrt{1-\beta^2} + \frac{v}{c^2} \frac{(v \cdot b)}{(1-\beta^2)^2}, \frac{v}{c} \frac{(v \cdot b)}{(1-\beta^2)^2} \right), \\ d\tau &= \sqrt{1-\beta^2} dt. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Im momentanen Ruhesystem des Teilchens gilt die bekannte klassische Rechnung für die Dipolstrahlung, welche für den sekundlich abgestrahlten Impuls und die sekundlich abgestrahlte Energie ergibt

$$\frac{dP_0^0}{dt} = 0, \quad \frac{dP_0^i}{d\tau} = 0 \quad (i=1, 2, 3),$$

$$\frac{dE^0}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} b^2, \quad \text{also} \quad \frac{dP_4^0}{d\tau} = i \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^4} b^2,$$

wobei der obere Index Null auf das Ruhesystem hinweisen soll.

In dem momentanen Ruhesystem ( $v=0$ ) gilt, wie ein Blick auf (1) lehrt,  $b^2 = \sum_k b_k^2$  und  $u_i^0 = 0$ ,  $u_4^0 = ic$ , so daß sich die letzten Gleichungen zusammenfassen lassen zu

$$\frac{dP_4^0}{d\tau} = -\frac{2e^2}{3c^5} \sum_k b_k^2 u_i^0.$$

In dem System, gegen das das Teilchen sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, gilt dann

$$\frac{dP_i}{d\tau} = -\frac{2e^2}{3c^5} \sum_k b_k^2 u_i. \quad (2)$$

Die abgestrahlte Energie erhält man aus der 4. Komponente von (2) unter Benutzung von (1):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{c}{i} \frac{dP_4}{dt} = \frac{c}{i} \frac{d}{dt} \left( \frac{c}{i} \sqrt{1-\beta^2} \cdot \frac{dP_4}{d\tau} \right) \\ &= \frac{c}{i} \sqrt{1-\beta^2} \cdot \frac{2e^2}{3c^5} \sum_k b_k^2 \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left( \frac{b}{1-\beta^2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



wobei im letzten Schritt (Berechnung von  $\sum b_k^2$ ) der Besonderheit Rechnung getragen wurde, daß das Teilchen im Magnetfeld des Gerätes eine transversale Beschleunigung erfährt, also  $(v \dot{b}) = 0$  ist.

Die ersten 3 Komponenten von (2) würden in ganz analoger Weise den gesamten pro Zeiteinheit ausgestrahlten Impuls ergeben:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^5} \left( \frac{\dot{b}}{1-\beta^2} \right)^2 \cdot \mathbf{v}.$$

Wie man sieht, ist der Strahlungsimpuls nach vorwärts (d.h. in Bewegungsrichtung des Teilchens) gerichtet. Das Teilchen selbst erfährt dabei eine Impulsänderung in entgegengesetzter Richtung, es wird also gebremst.

Bemerkenswert an den Resultaten ist der rasche Anstieg der Abstrahlung (Energie und Impuls) bei Annäherung der Teilchengeschwindigkeit an die Lichtgeschwindigkeit mit  $\left( \frac{1}{1-\beta^2} \right)^2$ .

Um den Energieverlust während eines Umlaufs zu berechnen, muß (3) über die Dauer eines Umlaufes integriert werden; zweckmäßigerweise geht man aber von  $t$  auf die Variable  $s$  (Bahnlänge) über. Man erhält dann

$$\Delta E = \left. \begin{aligned} & \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{1}{(1-\beta^2)^2} \int \dot{b}^2 dt \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{1}{(1-\beta^2)^2} \int_s^T \left( \frac{v^2}{\varrho(s)} \right)^2 \frac{ds}{v} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \beta^3}{(1-\beta^2)^2} \int_s^T \frac{ds}{\varrho^2} \end{aligned} \right\} (4)$$

( $T$  ist die Umlaufdauer,  $S$  der Bahnumfang).

Verwendet man die bekannte Näherung, daß die Teilchenbahn im FFAG-Beschleuniger aus Kreisbögen des Radius'  $\pm \varrho_0$  zusammengesetzt ist, so vereinfacht sich (4) noch zu

$$\Delta E = \frac{2}{3} \frac{e^2 \beta^3}{(1-\beta^2)^2} \frac{S}{\varrho_0^2},$$

und man erkennt unschwer, daß dieser Energiebetrag um den Faktor

$$C = \frac{S}{2\pi \varrho_0}$$

größer ist als bei anderen Beschleunigern mit kreisförmiger Bahn (bei Teilchen gleicher Energie im gleichgroßen Feld). Der Faktor  $C$  erweist sich dabei als identisch mit dem aus bahngeometrischen Betrachtungen bekannten „Umfangsfaktor“ des FFAG-Gerätes.

#### Zusammenfassung

Es wurde auf einfache Weise die Strahlungsleistung eines schnellen Teilchens im Magnetfeld berechnet. Insbesondere wurde der Energieverlust pro Umlauf für ein Teilchen im FFAG-Beschleuniger angegeben.

**Literatur:** [1] ARZIMOWITSCH, L., u. I. POMERANTSCHUK. J. Phys. UdSSR. **9**, 267 (1945). — [2] IWANENKO, D., u. A. SOKOLOV: Ber. Akad. Wiss. **59**, 1551 (1948). — [3] IWANENKO, D., u. A. SOKOLOV: Klassische Feldtheorie. Berlin 1953. — [4] BIRSACK, J.: Z. angew. Phys. **12**, 262 (1960). — [5] ABRAHAM, M., u. R. BECKER: Theorie der Elektrizität Bd. II. Leipzig 1933.

Dipl.-Phys. JOCHEN BIRSACK, Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung, Berlin-Wannsee

## Veränderungen an korpuskularbestrahlten Kupfer- und Boroberflächen

Von WILLY MARTH

Mit 12 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Dezember 1960)

Zahlreiche Untersuchungen über Strahlungseffekte energiereicher Teilchen beziehen sich auf Eigenschaftsänderungen, die sich im Innern von Festkörpern abspielen, wie Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit, des Volumens, der Dichte, Speicherung von Energie durch Atomverlagerung und dergleichen [1]. Über Bestahlungseffekte an der Oberfläche von Festkörpern gibt es dagegen erst wenige Arbeiten [2]. Aus dem Studium dieser Art von Effekten sind jedoch manche zusätzlichen Aussagen über primäre und sekundäre Vorgänge bei Teilchenbestrahlung zu erwarten. Auch methodisch ergeben sich neue Möglichkeiten, da Oberflächeneffekte der direkten Beobachtung mit optischen und elektronenoptischen Mitteln zugänglich sind oder sich in der Änderung bestimmter Oberflächeneigenschaften (z.B. Lösungsgeschwindigkeit, katalytische Aktivität) äußern können.

In der vorliegenden Arbeit werden einige Ergebnisse über die strukturellen Veränderungen von Kupferoberflächen nach Bestrahlung mit energiereichen Teilchen mitgeteilt.

Diese Untersuchungen gliedern sich in folgender Weise:

I. Elektronenmikroskopische Aufnahmen an  $\alpha$ -bestrahlten Kupferoberflächen: Es wurde die vorher

elektrolytisch polierte, dann kurz angeätzte Oberfläche von polykristallinem Elektrolytkupfer bei Zimmertemperatur im Hochvakuum der Bestrahlung durch energiereiche  $\alpha$ -Teilchen (5,3 MeV) mit einer Gesamtdosis von rund  $10^{16}$   $\alpha$ -Teilchen/cm<sup>2</sup> ausgesetzt. Mit Hilfe der Lackabdrucktechnik konnten die strukturellen Veränderungen der Oberflächenbeschaffenheit mit der üblichen hohen Auflösung eines Elektronenmikroskopes verfolgt werden. — In einigen Versuchen dieser Art erfolgte die Bestrahlung statt mit  $\alpha$ -Teilchen mit schweren energiereichen Rückstoßatomen (Mass 200; 0,1 MeV) aus der ThB-Zerfallsreihe.

Ia. Röntgen- und Elektronenbeugungsaufnahmen an  $\alpha$ -bestrahltem Kupfer: In stark  $\alpha$ -bestrahlten Kupfer wurde mit Hilfe von Beugungsaufnahmen nach Änderung der Gitterparameter und des inkohärenten Streuuntergrunds gesucht.

II. Elektronenmikroskopische Aufnahmen zu Frage nach der Existenz von Umlagerungsbereichen bzw. Einschußkratern nach Bestrahlung mit schweren Rückstoßatomen.

III. Orientierende Versuche zu der Frage, ob es möglich ist, durch Bestrahlung ein Zusammenbacken von aneinanderliegenden Körnern eines Festkörpers d.h. eine Art „kalte Sinterung“ zu erreichen.



## $\alpha$ -Bestrahlung von Kupferoberflächen

### 1. Elektronenmikroskopie von Oberflächen

Je nachdem ob man in Reflexion oder Transmission arbeitet, unterscheidet man Rückstrahlungs- und Durchstrahlungsmikroskope. Letztere besitzen die zumeist größte Bedeutung. Voraussetzung ist allerdings, daß es gelingt, durchstrahlbare Proben von den Objekten herzustellen. Wenn man von Spezialfällen absieht, so bleiben für das große Gebiet der Metalloberflächen nur die Abdruckverfahren [3] übrig: Von der Oberfläche wird eine dünne Matrize angefertigt; sie trägt die Struktur des Originals und kann von den Elektronen im Mikroskop durchstrahlt werden. Für objektgetreue und hochauflösende Aufnahmen [4], [5] sind verschiedene Anforderungen an Material und Präparationstechnik zu stellen; zur Erreichung eines guten Kontrastes sind Materialien mit hohem Brechungsvermögen sowie geringer Eigenstruktur günstig. Eine nicht zu unterschätzende Schwierigkeit bedeutet die sorgsame Ablösung des Abdrucks vom Objekt, wenn dieses, wie im vorliegenden Fall, nicht zerstört werden darf.

### 2. Präparation der Oberflächen

Als Untersuchungsmaterial wurde Elektrolytkupfer (99,98% rein) gewählt. Die zylindrischen Kupferblöcke (Durchmesser und Höhe je 10 mm) wurde zuerst grob vorgeschmirgelt und sodann mit fünf verschiedenen Schleifpapieren feiner werdender Körnung (1/0 bis 5/0) nachgeschliffen. Das anschließende Grobpolieren erfolgte auf einem weichen Tuch; als Polierflüssigkeit eignet sich das im Handel erhältliche „Sidel“ sehr gut. Poliert wurde so lange, bis mit unbewaffnetem Auge kein Kratzer mehr sichtbar war, und die Oberfläche einwandfrei spiegelte. Das Feinpolieren besorgte eine elektrolytische Polierapparatur<sup>1</sup>. Als günstigste Polierzeit ergab sich bei den vorhandenen Schliffen 30 sec. Die Ätzung erfolgte teilweise manuell, teilweise in der erwähnten Poliermaschine, die auf Ätzbetrieb umschaltbar war. Bei automatischer Ätzung hat man den Vorteil der genau einstellbaren Ätzzeit, was zu leichter reproduzierbaren Ätztiefen führt; dem stehen als Nachteil die in vermehrter Anzahl auftretenden Ätzgruben gegenüber. Für die Handätzung eignet sich am besten eine wäßrige Kupferammonchloridlösung (5 g Kupferammonchlorid, 120 g Wasser) zu der ein Überschuß konzentrierten Ammoniaks gegeben wurde. Die Ätzzeit betrug in beiden Fällen 8 bis 12 sec. Ganz allgemein ist es bei Verwendung der Schiffe für Abdrücke günstiger, kurz zu ätzen, um die Höhenunterschiede an den Korngrenzen nicht zu groß werden zu lassen, da sonst an diesen Stellen die Abdruckfolie leicht einreißt.

### 3. Präparation der Abdrücke

Zur Abbildung der Kupferoberflächen wurden mehrere Abdruckverfahren ausprobiert, von denen im folgenden die am häufigsten angewandte Lackmethode beschrieben sei:

Der Lack stellte eine 0,1 bis 0,5%ige Lösung von Nitrocellulose (Kolloidum) in Amylacetat dar. Man vergießt damit die Kupferschliff-Oberfläche und läßt

den überschüssigen Lack durch Neigen der Probe ablaufen. Der Rest trocknet zu einem 200 bis 300 Å dicken Film ein. Er trägt auf der einen Seite den Abdruck der Oberfläche, auf der anderen ist er weit-

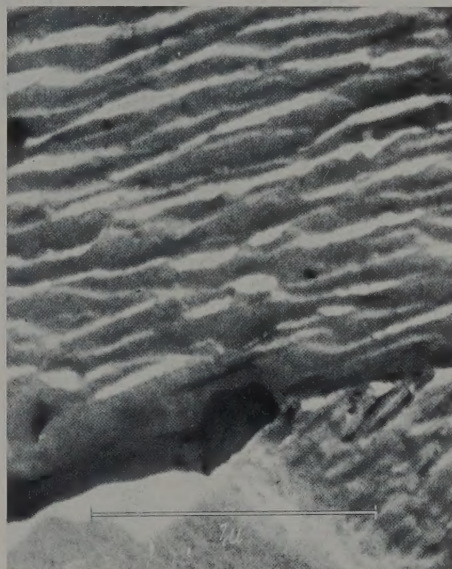


Abb. 1

Abb. 1—5. Elektronenmikroskopische Aufnahmen von unbestrahlten Kupferoberflächen.  $V = 50000$

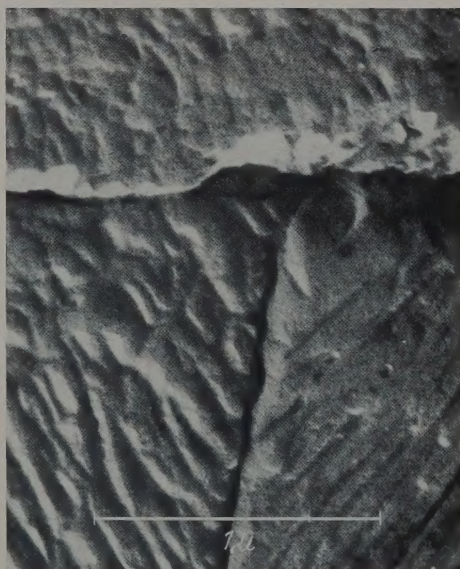


Abb. 2

gehend eben. Vertiefungen im Objekt zeichnen sich daher als Verdickungen im Film ab. Erhöhungen als dünne Stellen. Sodann beklebt man die trockene Lackschicht mit einem Klebestreifen, der nach einigen Minuten abgerissen werden kann. In die Lackoberfläche werden mit einer Nadel kleine Vierecke (etwa  $3 \times 3$  mm) eingeritzt. Diese werden durch schräges Eintauchen des Klebstreifens in etwa 70° heißes Wasser abgeschwemmt.

<sup>1</sup> Fabrikbezeichnung der Polierflüssigkeit: Elektrolyt D2 nach KNUTH.



Es ist von entscheidender Wichtigkeit für die Güte der Bilder, daß die Abdrücke völlig von anhaftendem Klebstoff gereinigt werden. Dazu müssen die Folien



Abb. 3

etwa 2 Std in Wasser schwimmen, das zweckmäßigerweise alle halbe Stunde erneuert wird. Das Übersetzen der Lackfolien in ein frisches Wasserbad gelingt mit einer Glasöse.

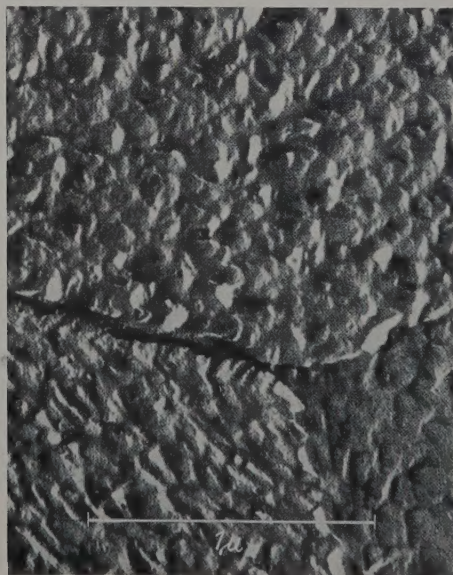


Abb. 4

Die Vorteile der Lackmethode liegen in der einfachen Präparation und der nur schwachen Eigenstruktur der Abdruckschicht. Von Nachteil ist das geringe Streuvermögen und die mechanische Instabilität der Folien im Strahl des Elektronenmikroskops.

#### 4. Bestrahlung der Oberflächen

Die Kupferschiffe wurden mit  $\alpha$ -Teilchen der Energie 5,3 MeV ( $\text{Po}^{210}$ -Präparat) bestrahlt. Die Präparatstärke war 100 mC bei einer aktiven Fläche von etwa 7 mm  $\varnothing$ . Der Fluß an  $\alpha$ -Teilchen beträgt somit rund  $4 \cdot 10^9$   $\alpha/\text{cm}^2\text{s}$ . Die angewandten Dosen betrugen  $5 \cdot 10^{15}$  bzw.  $1 \cdot 10^{16}$   $\alpha$ -Teilchen/ $\text{cm}^2$ . Hierfür war eine Bestrahlungszeit von 20 bzw. 40 Tagen erforderlich. Zur Verhinderung strahlenchemischer Effekte erfolgte die Bestrahlung im Hochvakuum ( $10^{-4}$  Torr).

#### 5. Ergebnisse

Abb. 1–5 zeigen die elektronenmikroskopischen Aufnahmen der unbestrahlten Kupferoberflächen. Die Gesamtvergrößerung beträgt 50000 (optische Nach-

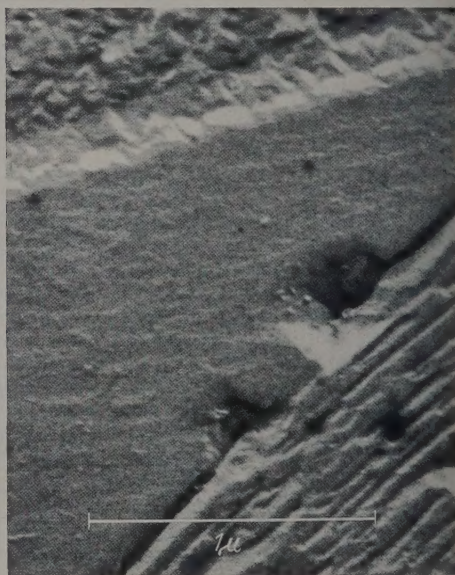


Abb. 5

vergrößerung 3 bzw. 10mal). Zur Untersuchung der Abdrücke standen 2 Elektronenmikroskope zur Verfügung:

AEG-Elektronenmikroskop Typ EM 8/52 und  
Siemens-Elektronenmikroskop Typ UM 100.

Gearbeitet wurde bei einer Zugspannung von 50 kV bzw. 100 kV.

Zur Steigerung des Bildkontrastes wurden die nach der Lackmethode gewonnenen Abdrücke mit einem Schwermetall unter einem Winkel von 30 bis 45° schräg bedampft. Hierzu eignet sich besonders Palladium, das aus einem Wolfram-Schiffchen abgedampft wird. (Der Abstand Objekt–Schiffchen sollte etwa 10 bis 12 cm betragen.) Die Bildausschnitte sind so gewählt, daß meist 2 bis 3 Körner mit ihren Korngrenzen zu sehen sind. Entsprechend ihrer verschiedenen Orientierung sind die Körner verschieden stark durch das Ätzmittel angegriffen. Furchenreiche Gebiete (Abb. 1–4) können neben fast glatten (Abb. 5) auftreten.

Es ist noch zu bemerken, daß die Bildausschnitte vor und nach der Bestrahlung nicht die gleichen sind. In zahlreichen Aufnahmen war festgestellt worden



daß die angeätzten Körner nicht durchweg verschiedene Oberflächenstruktur aufweisen, sondern daß es nur etwa 6 bis 8 Typen von Oberflächen verschiedenen Aussehens gibt. Deshalb war auf Zielaufnahmen, die

bzw.  $10^{-6} \text{ cm}^3$  bestrahlter Fläche müssen von den Spitzen in die Mulden gewandert sein. Auf Atome umgerechnet ergeben sich  $4,5 \cdot 10^{16}$  bzw.  $9 \cdot 10^{16}$  verlagerte Cu-Atome pro  $\text{cm}^2$  bestrahlter Flächen.



Abb. 6



Abb. 7

Abb. 6 u. 7. Elektronenmikroskopische Aufnahmen von  $\alpha$ -bestrahlten Kupferoberflächen. Dosis:  $5 \cdot 10^{15} \alpha$ -Teilchen/ $\text{cm}^2$ .  $V = 50000$

mit erheblich größerem präparativen Aufwand verbunden sind, verzichtet worden. Stattdessen wurden Körner, die sich ähnelten, herausgegriffen und von diesen vor und nach der Bestrahlung Aufnahmen gemacht.

#### 6. Diskussion des Bestrahlungseffekts mit $\alpha$ -Teilchen

Beim Vergleich der  $\alpha$ -bestrahlten (Abb. 1–5) mit unbestrahlten (Abb. 6–8) Kupferoberflächen fällt gleich die starke *Einebnung* der Rauigkeit auf. Die ursprünglich furchenreichen Flächen verschwinden und sogar einige Korngrenzen treten nur noch verschwommen hervor.

Im folgenden soll zuerst die Größe dieser Oberflächenverringerung und der dazu erforderliche Transport von Kupferatomen abgeschätzt werden.

An Hand einer großen Zahl von Aufnahmen wurde festgestellt, daß rund 75% der unbestrahlten Körner von furchenartigen Vertiefungen durchzogen sind. Die Messungen der Bilder ergaben einen Furchenabstand von rund  $2000 \text{ \AA}$  und eine Furchentiefe von praktisch demselben Betrag. Auf einer  $1 \text{ cm}^2$  großen Oberfläche sind demnach im Mittel etwa  $3,5 \cdot 10^4$  Furchen vorhanden (Abb. 9).

Schwieriger zu bestimmen ist der Grad der Einebnung, da nach der  $\alpha$ -Bestrahlung keine einfachen geometrischen Formen bestehen. Durch Auswertung einer Vielzahl von Aufnahmen wurde wiederum ein Mittelwert gefunden. Man kommt der Wirklichkeit am nächsten, wenn man bei der Dosis von  $5 \cdot 10^{15} \alpha/\text{cm}^2$  und 30%, bei  $1 \cdot 10^{16} \alpha/\text{cm}^2$  rund 60% der ursprünglichen Rauigkeit als eingeebnet annimmt. Der zur Einebnung notwendige Transport an Kupferatomen läßt sich aus diesen Zahlen abschätzen: rund  $5 \cdot 10^7$

Bezieht man diesen Transport auf die eingestrahlte  $\alpha$ -Dosis, so folgt das bemerkenswerte Ergebnis, daß auf ein  $\alpha$ -Teilchen rund neun verlagerte Cu-Atome kommen.

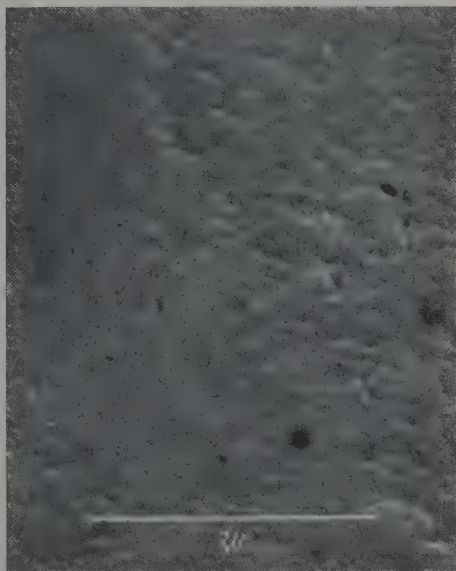


Abb. 8. Elektronenmikroskopische Aufnahme einer  $\alpha$ -bestrahlten Kupferoberfläche. Dosis:  $1 \cdot 10^{16} \alpha$ -Teilchen/ $\text{cm}^2$ .  $V = 50000$

Zur Klärung dieses Effekts müssen nun einige Mechanismen näher betrachtet werden, die zu einer strahleninduzierten Verlagerung von Cu-Atomen führen können. Im wesentlichen gibt es hierfür vier Möglichkeiten.



a) *Direktes Wegschießen* der Oberflächenatome durch die einfallenden  $\alpha$ -Partikel. Einen solchen Effekt hat man z. B. bei der Kathodenzerstäubung von Metallen mit schnellen schweren Ionen beobachten können. Jedoch im Gegensatz zu solchen Ionen ist bei den sehr kleinen und hochenergetischen  $\alpha$ -Teilchen die „mittlere freie Weglänge“ (d. h. mittlere Strecke zwischen den durch elastischen Zusammenstoß mit den  $\alpha$ -Teilchen aus den Gitterplätzen herausgeschlagenen Atomen) von der Größenordnung  $1\mu = 10^4 \text{ \AA}$ . Somit ist die Wahrscheinlichkeit, daß das  $\alpha$ -Teilchen auf seiner Bahn gerade das Oberflächenatom trifft und in eine Mulde verlagert, viel zu gering, um dem beobachteten hohen Wirkungsgrad der Bestrahlung gerecht zu werden.

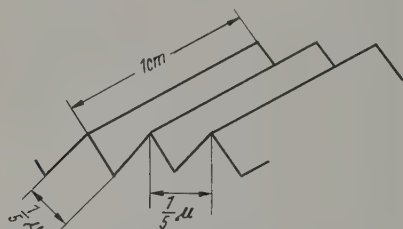


Abb. 9. Schematische Darstellung der Furchen innerhalb der Körner

b) *Verdampfung* der Oberflächenatome durch den  $\alpha$ -Beschuß. Wegen der großen mittleren „freien Weglänge“ der  $\alpha$ -Teilchen wird durch den elastischen Stoß nur sehr wenig Energie in den oberflächennahen Gitterebenen dissipiert. Erhitzungsbereiche, die zu einer Verdampfung von Atomen führen können, treten aus diesem Grund in der Oberfläche kaum auf. Auch der (wesentlich größere) Energieverlust der  $\alpha$ -Teilchen durch ihre Wechselwirkung mit den Elektronen des Metallgitters kann bei dem geringen  $\alpha$ -Fluß von nur  $4 \cdot 10^9 \alpha/\text{cm}^2 \text{ sec}$  zu keiner nennenswerten Aufheizung der Gitteratome führen. Die Energiedissipation unter den Elektronen ist so rasch und die Koppelung der Energieübertragung vom Elektronengas auf die Gitteratome so schwach, daß diese durch den Vorbeigang eines  $\alpha$ -Teilchens kaum in Mitleidenschaft gezogen werden.

Als experimentelle Bestätigung dieser geringen Wechselwirkung ist die geringe Zahl von Goldatomen anzuführen, die aus einer  $\alpha$ -bestrahlten Goldoberfläche auf einen Auffänger in unmittelbare Nähe gelangen. (Goldatome können in einem Reaktor aktiviert werden und sind dann leicht durch ihre Radioaktivität nachzuweisen). Bei Verwendung der hochenergetischen  $\alpha$ -Strahlen aus der Po-210-Quelle werden bei Zimmertemperatur nur 0,035 Au-Atome pro einfallendes  $\alpha$ -Teilchen herausgeschleudert<sup>1</sup>.

c) *Oberflächendiffusion*. Zur Anregung einer Oberflächenwanderung der Kupferatome von energetisch höheren Stellen (Spitzen) zu energetisch tieferen (Mulden) ist es erforderlich, daß diese Atome thermisch aktiviert werden. Wie bereits unter b) dargelegt wurde, ist es nicht möglich, durch den geringen  $\alpha$ -Fluß eine ausreichend hohe Aufheizung zu erzeugen. Für Oberflächendiffusion sind mindestens  $200^\circ \text{C}$  nötig, denn auch durch mehrstündiges Erhitzen eines Kupferkristalls auf diese Temperatur konnte keine merkliche Einebnung der Oberfläche festgestellt werden.

<sup>1</sup> Über diese und ähnliche Versuche wird später aus unserem Laboratorium ausführlich berichtet werden.

d) *Volumendiffusion*. Die beste Übereinstimmung mit dem beobachteten hohen Wirkungsgrad der Bestrahlung auf den Transport von Kupferatomen bringt die Annahme einer Diffusion der Atome aus tieferen Schichten an die Oberfläche. Diese Volumendiffusion wird möglich durch die bei Raumtemperatur hohe Beweglichkeit der Zwischengitteratome, die als Frenkel-Defekte (Leerstellen-Zwischengitteratom-Paare durch den  $\alpha$ -Beschuß gebildet werden. Die Frenkel-Defekte werden auf dem ganzen Weg der  $\alpha$ -Reichweite erzeugt, also bis zu einer Tiefe von  $10\mu$  unterhalb der Oberfläche. Die Gesamtzahl dieser Defekte ist wegen des Kaskadenprozesses bei der Stoßwechselwirkung sehr hoch und errechnet sich bei der Dosis von  $10^{16} \alpha/\text{cm}^2$  im Mittel zu rund  $1,7 \cdot 10^{21}$  Frenkel-Paaren  $\text{cm}^{-3}$  [6] entsprechend einer Konzentration von rund 1%. Allerdings tritt diese hohe Defektkonzentration während des Versuchs niemals auf, da wegen der Beweglichkeit der Zwischengitteratome der größte Teil bald wieder rekombiniert. Ein Teil der diffundierenden Atome wird aber auch zur Oberfläche gelangt und dort die Furchen auffüllen.

Ein direkter Nachweis der starken Diffusionseffekte in bestrahlten Metallen konnte durch folgenden Versuch erbracht werden. Eine  $2,5\mu$  dicke Goldschicht wurde auf eine Silberunterlage aufgedampft und bei Zimmertemperatur mit  $\alpha$ -Teilchen bestrahlt (Fluß:  $4 \cdot 10^9 \alpha/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ ;  $5,3 \text{ MeV}$ ). Nach einer Dosis von nur etwa  $6 \cdot 10^{13} \alpha/\text{cm}^2$  war es bereits möglich auf der ursprünglichen reinen Goldoberfläche Silber nachzuweisen, das somit von der Unterlage durch die Goldschicht gewandert war.

## Untersuchungen zur Gitterstruktur

### 1. Beugungsdiagramme mit Röntgenstrahlen

Es ist schon vielfach versucht worden, einen Einfluß der Bestrahlung auf Veränderungen des Röntgen-Interferenzbildes zu erkennen, wobei es sich besonders um die Beobachtung der Änderung von Lage, Intensität und Breite der Linien handelt [7] bis [11].

Im vorliegenden Fall wurden Röntgendiagramme an  $\alpha$ -bestrahltem Kupfer gemacht. Wegen der geringen Eindringtiefe der  $\alpha$ -Teilchen konnten die oben beschriebenen Kupferblöcke, an denen die elektronenmikroskopischen Bilder gemacht wurden, hier nicht verwendet werden. Statt dessen wurde feinkörniges Kupferpulver (99,99% rein) genommen. Auf einer Glasplatte wurde es etwa  $1/4 \text{ mm}$  hoch aufgeschichtet und mit einem  $\alpha$ -Polonium-210-Präparat von  $40 \text{ mC}$  8 bzw. 40 Tage lang bestrahlt. Dies erfolgte in einem Exsiccator, der mit sehr reinem Stickstoff gefüllt war (Partialdruck des Sauerstoffs kleiner als  $10^{-4} \text{ Torr}$ ). Um eine möglichst allseitige Bestrahlung zu vermitteln, wurde die Kupferschicht jeden zweiten Tag intensiv durchgeführt.

Die Debye-Scherrer-Aufnahmen wurden an einer „Siemens Kristalloflex“-Apparatur gemacht. Außer einer geringfügigen Erhöhung des Untergrundes zeigte sich dabei in keinem Falle eine Änderung von Lage oder Breite der Linien. Das läßt darauf schließen, daß die Gitterstruktur bei der Bestrahlung im wesentlichen erhalten bleibt, was in Einklang steht mit Messungen an deutenen-bestrahltem Kupfer und Zirkon, wofür ebenfalls keine Linienänderung gefunden wurden.

Die leicht erhöhte Untergrundstrahlung erklärt sich aus einer geringen statistischen Fehlordnung, hervorgerufen durch Frenkel-Defekte und sonstige Gitterstörungen. Diese führen zu einer Unterbrechung der Gitterebenen in kleinsten Bereichen, wodurch deren Reflexionsvermögen herabgesetzt wird. In der Umgebung von solchen Defekten treten beliebiger orientierte Spiegelebenen auf, die zu einer Reflexion in beliebiger Richtung Anlaß geben.

### 2. Beugungsdiagramme mit Elektronenstrahlen

Da die durch  $\alpha$ -Strahlen hervorgerufenen Zerstörungen in Kupfer in sehr geringen Tiefen liegen (bis  $10\mu$ ), eignen sich zur Untersuchung dieser Defekte besonders Elektronenbeugungsdiagramme.



Hierzu wurde das AEG-Elektronenmikroskop EM 8/52 verwendet, das durch eine Zusatzeinrichtung für Beugungs- aufnahmen eingerichtet ist. Diese läßt Objektverschiebungen,rehungen um die Unterlagennormale (Azimut) und Änderung s Winkels zwischen Elektronenstrahl und Unterlagennormale t. Die Strahlspannung betrug 40 kV, der Strom 10 mA. Gearbeitet wurde bei streifend einfallendem Elektronen- rahl. Doch darf dies darüber nicht hinwegtäuschen, daß es ch hier um eine Durchstrahlungsbeugung handelt: die an- zetzten Oberflächen sind relativ rau und es werden im esentlichen nur die Spitzen des Oberflächengebirges durch- rahl. Nur bei geringer Rauigkeit findet echte Reflexions- eugung statt.

Entsprechend zugeschliffene, polierte und geätzte Proben urden vor und nach der Bestrahlung (unter Vakuum  $10^{-4}$  Torr) if eine Änderung des Beugungsdiagramms untersucht. Die estrahlungsdosis betrug  $5 \cdot 10^{16}$   $\alpha$ -Teilchen/cm<sup>2</sup>, die Bestrah- ungszeit 23 Tage. Der Vergleich der beiden Diagramme zeigt ine Änderung in der Lage oder Breite der Linien. Dies läßt auf schließen, daß die Struktur des Gitters durch die estrahlung keine wesentlichen Änderungen erfahren hat. ine Änderung des Untergrundes ist mit Vorsicht zu be- teilen, da die Daten der Belichtung und Entwicklung schwer- h so konstant gehalten werden können, daß man reprodu- erbare Schwärzung erhalten kann.

### Versuche mit Rückstoßatomen

Weiterhin sollte die Bildung von Störbereichen an er Oberfläche der Kupferblöcke untersucht wer- en. Es bestand die Vermutung, daß sich an den Ein-

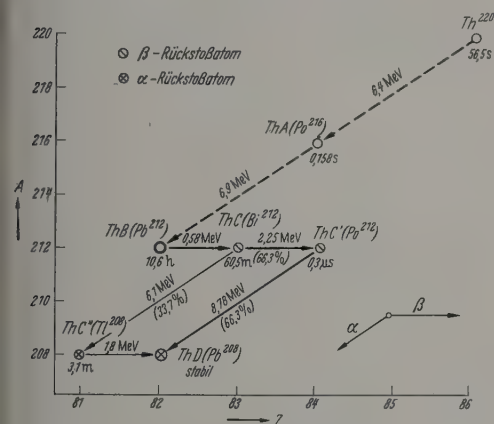


Abb. 10. Thorium-Zerfallsreihe

schußstellen schwerer Primärteilchen durch Ver- ampfen oder Herausstoßen von Atomen krater- rtige Vertiefungen bilden, mit einem Durchmesser on etwa 30 bis 50 Å. Ähnliche Erscheinungen (Bil- ung eines Einschußkanals auf Grund chemischer Zer- setzung mit nachfolgendem Herausdiffundieren der asförmigen Zersetzungsprodukte) sind bei der Be- trahlung von Oxyden, Karbonaten usw. schon unter- ucht worden [12].

Als Quelle der Rückstoßatome diente ein Präparat us Thorium B+C („aktiver Niederschlag“ aus h-Emanation). Ein solches Präparat liefert die durch -Rückstoß ausgeschleuderten Rückstoßatome vom hC und ThD. (Abb. 10.) Die  $\alpha$ -Teilchen-Energien etragen 6,1 bzw. 8,78 MeV, die der dazugehörigen rückstoßatome 117 bzw. 169 keV.

Zur Verhinderung strahlenchemischer Effekte urde teils im Vakuum ( $10^{-4}$  Torr), teils in sauerstoff- reier Stickstoffatmosphäre bestrahlt. Die Belegung it ThB war so gewählt, daß in einem Quadrat von

500 Å Kantenlänge im Mittel nur ein Zerfall stattfand. Als geeigneter Abdruck wurde der hochauflösende Platinabdruck verwendet, der 200000fache Vergröße- rungen ermöglicht.

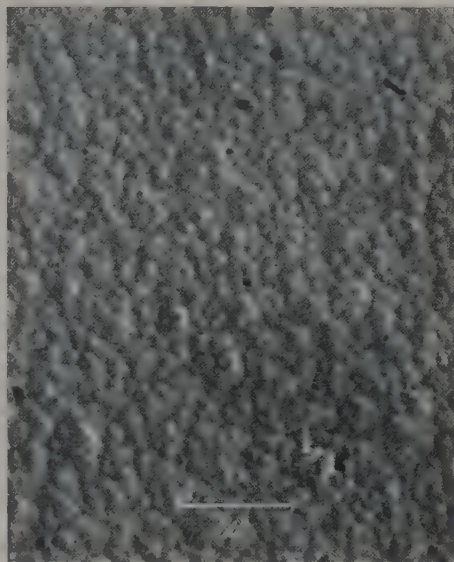


Abb. 11



Abb. 12

Abb. 11 u. 12. Elektronenmikroskopische Aufnahmen ähnlicher Gebiete einer Kupferoberfläche. Links unbestrahlt, rechts bestrahlt mit ThC- und ThD-Rückstoßatomen.  $V = 200000$  (statt  $1 \mu$  ist  $1000 \text{ Å}$  zu lesen)

Beim Vergleich der Aufnahmen der Oberflächen vor und nach der Bestrahlung konnten keine Stellen entdeckt werden, die auf kraterartige Einschuß- kanäle schließen lassen (Abb. 11—12). Die dicht neben- einander liegenden Pünktchen in der Abbildung rühren von der (bei so hohen Vergrößerungen sicht- baren) Eigenstruktur des Abdrucks her. Es folgt also,

daß, wenn es auf der Oberfläche Krater der beschriebenen Art wirklich gibt, ihre Größe unterhalb der Auflösungsgrenze der Aufnahmen — 40 bis 50 Å — liegen müßte.

Die Größe der Umlagerungs- oder Störbereiche (spikes) hängt von der Geschwindigkeit der Energieableitung aus dem Störbereich an das umgebende Gitter ab. Nach BRINKMAN [13] sollte auf Grund einer einfachen Wärmeableitungsvorstellung im Kristallinnern der Durchmesser solcher Bereiche bei 40 bis 75 Å liegen. Das ist nahe der Grenze des Auflösungsvermögens, sollte jedoch in den Aufnahmen gerade noch erkennbar sein. Nach neueren Arbeiten könnten die Umlagerungsbereiche wesentlich kleiner sein, als diese erste grobe Abschätzung ergeben hatte. Es besteht nämlich außer der Wärmeableitung noch eine andere, viel raschere Energieableitung aus der aufgeheizten Zone. Nach SILSBEE [14] und LEIBFRIED [15] sind in den 110-Richtungen eines kubischen flächenzentrierten Gitters sog. fokussierende Stoßketten zu erwarten. Impuls und Energie werden in einer solchen Reihe dicht hintereinander liegender Atome durch zentralen Stoß übertragen. Dabei bleiben die Atome auf ihren Gitterplätzen. Die fortschreitende Stoßenergie dissipiert allmählich, oder es fliegt das letzte Atom der Reihe fort, wenn es keinen Stoßpartner findet. Das geschieht z. B. an Versetzungen, Korngrenzen oder an Oberfläche.

LEIBFRIED hat gezeigt, daß bei Kupfer etwa 20% aller Stöße, die zu Frenkel-Defektbildung führen können, fokussierende sind. Dadurch wird die Energieableitung aus den Umlagerungsbereichen sehr beschleunigt. Es können weniger benachbarte Gitteratome „aufgeheizt“ werden und deshalb muß auch die Größe etwaiger Oberflächenkrater wesentlich kleiner als 40 bis 75 Å angenommen werden. Sie sind dann mit der angewandten Abdrucktechnik im Elektronenmikroskop nicht mehr aufzulösen.

### Orientierende Versuche über Sinterungseffekte an neutronenbestrahltem Bor-Pulver

Bei der Beschreibung der „Krater-Effekte“ wurde bereits die Vorstellung erwähnt, daß es beim Durchgang von Korpuskularteilchen durch Materie lokal zu Temperaturerhöhungen kommen könne, die möglicherweise über den Schmelzpunkt des betreffenden Kristalls reichen. Solche und ähnliche Vorstellungen gaben den Anlaß, in einigen orientierenden Versuchen zu prüfen, ob man die Körner eines Kristallpulvers dadurch miteinander „verschweißen“ kann, daß man sie einer entsprechenden Dosis energiereicher Strahlen aussetzt. Das Ganze käme dann einer „kalten Sinterung“ gleich, da das Pulver nicht wie bei einer gewöhnlichen Sinterung makroskopisch erwärmt wird.

Als Untersuchungsmaterial wurde das Isotop Bor 10 in Pulverform verwendet. Bestrahlung mit langsamen Neutronen gibt die Kernreaktion  $^{10}\text{B} (n, \alpha) ^7\text{Li}$ . Die so erzeugten  $\alpha$ -Partikel und  $^7\text{Li}$ -Rückstoßteilchen werden in dem umgebenden Bor-Pulver abgebremst und könnten so den Sinterungsvorgang bewirken.

Problematisch war die Wahl der Meßmethode. Sedimentationsanalysen, wie sie sonst bei Bestimmung von Pulverkorngrößen verwendet werden, waren hier wegen der Kleinheit der zu erwartenden Effekte nicht möglich. Ebenso war es sinnlos, mit lose aufgeschichtetem Pulver arbeiten zu wollen, da in diesem Fall die Abstände zwischen den Körnern zu groß wären für eine Verschweißung.

Diese Überlegungen führten dazu, daß Borpulver-Preßlinge hergestellt und die Sinterung indirekt über eine Mikrohärtmessung der Preßlinge festgestellt wurde.

Die Härte der Preßlinge ist nämlich ein Maß für die Verschiebbarkeit der einzelnen, etwa 1  $\mu$  großen, sehr harten Borkörnern gegeneinander. Härtezunahme bedeutet deshalb stärkere Verwachsung der Körner.

Die Preßlinge wurden erzeugt zwischen zwei gehärteten, auf Hochglanz polierten Stahl-Schiffen. Der Druck der hydraulischen Presse betrug 30 t/cm<sup>2</sup>. Die Härtmessung erfolgte mit einem „Reichert-Universalmikroskop MeF“, das als Zusatzgerät einen Mikrohärtprüfer besitzt. Vor und nach der Bestrahlung wurden je 20 Eindrücke ausgemessen. Das Auflegewicht war 30 g. Die Bestrahlung geschah im Münchner-Swimming-Pool Reaktor. Die Dosis betrug  $2 \cdot 10^{18}$  langsame Neutronen pro cm<sup>2</sup>. Die Messungen ergaben eine Zunahme der Härte von  $12,5 \pm 5\%$ . (Die Unsicherheit  $\pm 5\%$

entsteht durch die schwierig auszumessenden Eindrücke an der wenig lichtstreuenden Bor-Oberfläche. Meist wurde mit polarisiertem Licht gearbeitet.)

Ebenso wie bei der Einebnung der Kupferoberflächen kam auch hier eine verstärkte Diffusion von Zwischengitteratomen während der Bestrahlung auftreten, wodurch benachbarte Körner zusammenwachsen und makroskopisch eine Härtezunahme ergeben.

In den Röntgenbeugungs-Diagrammen, die vor und nach der Bestrahlung des Bors gemacht wurden, zeigt sich keine Änderung der Linien. Eine leichte Erhöhung der Untergrundstrahlung erklärt sich genau so wie bei den Debye-Scherrer-Aufnahmen des bestrahlten Kupfers als eine Folge statistischer Fehlordnung.

### Zusammenfassung

In elektronenmikroskopischen Vergleichsaufnahmen wurden Veränderungen von Kupferoberflächen bei Beschuß mit  $\alpha$ -Strahlen untersucht. Es zeigte sich eine bemerkenswerte Abnahme der Oberflächenrauigkeit, was auf Volumendiffusion von Zwischengitteratomen zurückgeführt wird.

Durch Elektronen- und Röntgenbeugungsversuche war nach Bestrahlung keine Veränderung der Linien festzustellen. Beim Beschuß mit schweren Rückstoßatomen konnten auf elektronenoptischem Weg keine Umlagerungsbereiche oder Einschußkrater sichtbar gemacht werden.

An B<sup>10</sup>-Pulver wurde eine gewisse Versinterung der Körner nach Neutronenbestrahlung festgestellt.

Herrn Professor Dr. H. MAIER-LEIBNITZ danke ich für die Aufnahme in sein Institut, sowie für die Bereitstellung der Mittel zur Durchführung der Arbeit.

Herrn Professor Dr. N. RIEHL gilt man besonderer Dank für die Überlassung des interessanten Themas sowie für die zahlreichen Anregungen und Diskussionen, die er mir im Laufe meiner Untersuchungen jederzeit gern gewährte.

Herrn Dr. R. SZIMMANN danke ich sehr herzlich für seine selbstlose Unterstützung, sowie für viele gewinnbringende Gespräche.

Herr Professor Dr. W. ROLLWAGEN, Direktor des II. Physikalischen Instituts der Universität München, hat die für die Untersuchungen notwendigen Elektronenmikroskope zur Verfügung gestellt. Ihm und seinen Mitarbeitern sei an dieser Stelle für ihr freundliches Entgegenkommen besonders Dank gesagt.

**Literatur:** [1] HARWOOD, J. J., H. H. HAUSNER, J. G. MORSE and W. G. RAUCH: The Effects of Radiation on Materials. New York 1958. — DIENES, G. J., and G. H. VINEYARD: Radiation Effects in Solids. New York 1957. — SEITZ, F., and J. S. KOEHLER: Displacements of Atoms during Irradiation, in Solid State Physics, vol. 2, pp. 307–442. New York 1956. — SCHMID, E., u. K. LINTNER: *Ergebn. exakt. Naturw.* 28, 302 (1955). — [2] SIMNAD, M. T., in J. J. HARWOOD, H. H. HAUSNER, J. G. MORSE and W. G. RAUCH: The Effects of Radiation on Materials. New York 1958. — [3] MAHL, H.: *Mikroskopie* 11, 93 (1956). — [4] LABOW, H., u. W. WYCKOFF: *Ned. Akad. Wet. Proc.* 59, 449 (1956). — [5] GRASNIK, J.: *Radex-Rdsch. H.* 4/5. — [6] Für die Berechnung siehe G. J. DIENES, and G. H. VINEYARD: *Radiation Effects in Solids* New York 1957. — [7] SIEGEL, S.: *Phys. Rev.* 80, 1823 (1949). — [8] STRECH, B.: *Z. Naturforsch.* 7a, 175 (1952). — [9] BINDER, D., and J. W. STURM: *Phys. Rev.* 99, 603 (1955). — [10] SMALLMAN, R. E., and B. WILLIS: *Phil. Mag.* 2, 1018 (1957). — [11] SMALLMAN, R. E., and K. H. WESTMACOTT: *J. Appl. Phys.* 30, 607 (1959). — [12] RIEHL, N.: *Atomkernenergie* 1, 29 (1956). — [13] BRINKMAN, J. A.: *J. Appl. Phys.* 22, 961 (1954). — [14] SILSBEE, R. H.: *J. Appl. Phys.* 28, 1244 (1957). — [15] LEIBFRIED, G.: *J. Appl. Phys.* 30, 1388 (1959).

Dr. WILLY MARTH,  
Laboratorium für Technische Physik  
der TH München



# Ein ionenoptisches Verfahren zur Vervielfältigung von Netzen und Lochblenden

Von GOTTFRIED MÖLLENSTEDT und RUMOLD SPEIDEL

Mit 4 Textabbildungen

(Eingegangen am 10. Februar 1961)

## Einleitung

Wohl in der Physik als auch in der Technik steht man zuweilen vor der Aufgabe, von oft unter großem Kosten- und Arbeitsaufwand hergestellten Originalen z. B. von feinmaschigen Absaugnetzen für Super-  
ethicon-Bildfänger, von Lochblenden mit Bohrungen in sehr geringem Durchmesser, oder auch von freigelegten Fresnel-Zonenplatten zur Bilderzeugung mit UV- oder Röntgenstrahlen in Explorern, Vervielfältigungen zu machen. Das in Abb. 1 dargestellte Verfahren ermöglicht die Herstellung von Kopien im Kontaktverfahren.

Das Original (in diesem Fall ein Netz) wird auf eine im Vakuum von  $5 \cdot 10^{-4}$  Torr befindliche mit Sil-

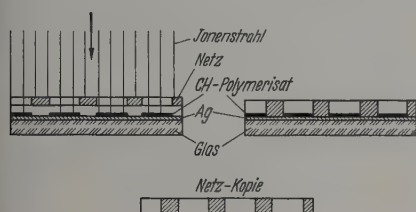


Abb. 1. Das Verfahren zur Vervielfältigung von Netzen

ber von 100 Å Dicke bedampfte Glasplatte gelegt und mit Ionenstrahlen beschossen. Dort wo Ionen auf die Silberschicht treffen, wächst bekanntlich infolge des Zerfalls von Kohlenwasserstoff-Polymerisat im Restgas eine dünne Kohlenwasserstoff-Polymerisatschicht [2] auf. Entfernt man jetzt das Original und wäscht die Glasplatte mit der Silberschicht in einem elektrolytischen Cu-Bad, so lagert sich an den bestrahlten Stellen infolge der Isolation durch die Polymerisatschicht kein Metall an. Zur Verstärkung wird die Cu-Schicht vernickelt, da eine dickere Cu-Schicht infolge zu großer Sprödigkeit leicht brechen würde. Die gesamte etwa  $1 \mu$  dicke Schicht läßt sich leicht von der Glasplatte abziehen, und die durch Ionenbeschuss "stangenagelten" Stellen bleiben dabei auf der Glasplatte haften. Die Reproduktion ist erstaunlich scharf. Der Grund dafür liegt darin, daß die Eindringtiefe der Ionen von 35 kV wesentlich geringer ist als die von Elektronen [3], [4] gleicher Beschleunigungsspannung, wodurch Unschärfen an Kanten durch Streuung vermieden werden. Der durch Ionenbombardement am Original angerichtete Schaden ist vernachlässigbar klein.

## Versuchsanordnung

Die Abb. 2 gibt den experimentellen Aufbau wieder. Als Ionenquelle dient ein Kanalstrahlrohr nach HAILER [5]. Die positive Spannung von 40 kV wird einer Hochspannungs-Kaskade H.A. 60 der Firma Carl Zeiss, Oberkochen, entnommen. Der Gesamtentladungsstrom beträgt  $150 \mu A$ . Um große Flächen mit Ionen möglichst gleichmäßig ausleuchten zu

können, befindet sich unterhalb der Ionen-Quelle eine elektrostatische Linse, die je nach der am Hochspannungspotentiometer abgegriffenen Spannung das Bündel

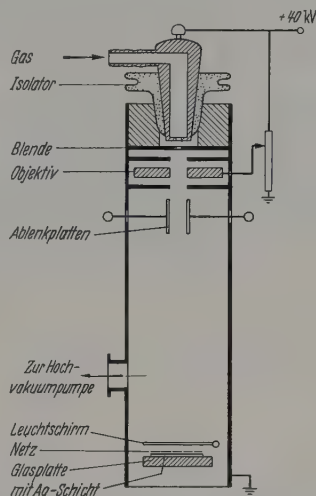


Abb. 2. Ionen-Bestrahlungsanordnung zur Erzeugung von Kohlenwasserstoff-Polymerisatniederschlägen auf der Silberschicht an den freien Stellen des aufgelegten Originals

del mehr oder weniger öffnet. Ein mit 50 Hz und 3000 V betriebenes Ablenkplattenpaar lenkt ferner das gesamte Bündel in einer Richtung hin und her.

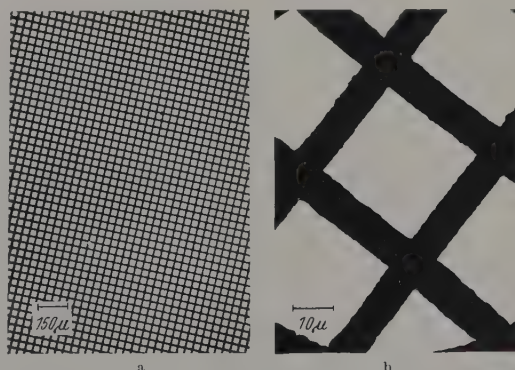


Abb. 3a u. b. a) Lichtmikroskopisches Bild der Kopie eines Netzes mit  $35 \mu$  Maschenweite; b) elektronenmikroskopische Vergrößerung desselben Netzes

Da der neutrale Anteil des Kanalstrahls durch Linse und Ablenkssystem unbeeinflusst bleibt, wird er durch ein Blech kurz über dem zu bestrahlenden Original abgedeckt. Damit kein Schattenbereich auf dem zu bestrahlenden Original entsteht, wird dieses samt Glasplatte mit Silberschicht senkrecht zur Ablenkrichtung der Platten mittels einer im Simmerring geführten Stange während der Bestrahlung von außen hin und



her bewegt. Der Abstand Original-Ionenquelle beträgt etwa 40 cm. Das Vakuum im Bestrahlungsraum liegt bei  $5 \cdot 10^{-4}$  Torr. Als Entladungsgas wird der Einfachheit halber Luft benutzt. Die Druck-Feinregulierung geschah mittels eines Nadel-Ventils nach H. EWALD [6]. Der für Ionen empfindliche Leuchtschirm dient

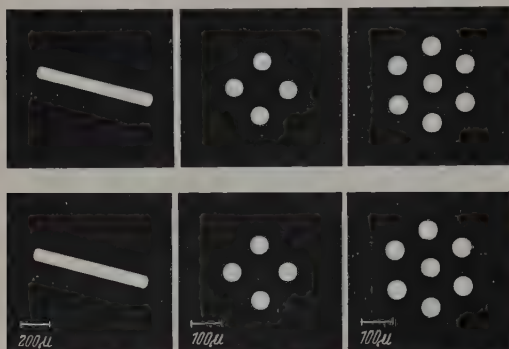


Abb. 4. Obere Reihe: Präparatblenden des Siemens Elmiskops. Untere Reihe: Kopien der oberen Blenden

zur optimalen Einstellung der Ionen-Intensität. Eine Ionen-Bestrahlungsdichte von  $10^{-6}$  Amp/cm<sup>2</sup> genügt, um eine Polymerisatschichtdicke von 150 Å in 20 min Bestrahlungsdauer aufwachsen zu lassen.

### Ergebnisse

In Abb. 3a ist ein Ausschnitt aus einer  $5 \times 5$  cm großen Kopie eines Netzes mit  $35 \mu$  Maschenweite, welches uns freundlicherweise von Prof. Dr. W. HEIMANN, Wiesbaden, zur Verfügung gestellt wurde, licht-optisch vergrößert wiedergegeben. Die volle Schärfe der Reproduktion wird aber erst durch die in Abb. 3b wiedergegebene elektronenmikroskopische Vergrößerung erkennbar.

Als weiteres Beispiel der Anwendbarkeit des Verfahrens wird in Abb. 4 die Vervielfältigung der in der oberen Reihe dargestellten Originale, einer Schlitz-, Vierloch- und Siebenlochblende angeführt. Die Schärfe

der Wiedergabe des Originals ist durch das Korn der Nickelschicht begrenzt. Sie liegt aber nach unseren Erfahrungen unterhalb von  $0,5 \mu$ . Verbesserungen und weitere Anwendungen dieser Methode sind in Arbeit.

### Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren beschrieben, welches gestattet z.B. von einem Netz oder Lochblenden Vervielfältigungen herzustellen. Zur Kopie wird das Netz auf eine schwach versilberte Glasplatte gelegt und einem Vakuum von etwa  $5 \cdot 10^{-4}$  mm Hg mit 35 kV Ionen beschossen. An der Auftreffstelle der Ionen bildet sich ein Kohlenwasserstoff-Polymerisat-Niederschlag infolge der Anwesenheit von Ölmolekülen im Restgas des Vakuumgefäßes. Die elektrische Leitfähigkeit der Kohlenwasserstoff-Polymerisatschicht ist wesentlich geringer als die der Silberschicht, so daß man bei einer anschließenden Verkupferung bzw. Vernickelung keinen galvanischen Niederschlag an den von Ionen beschossenen Stellen erhält. Nachdem die galvanische Schicht auf etwa  $1 \mu$  Dicke angewachsen ist, kann die Folie leicht von der Glasplatte abgezogen werden. Die Kopie des  $35 \mu$ -Netzes ist scharf gezeichnet. Die Maschen sind dabei frei von Kohlenstoff, da dieser durch den Ionenbeschuss fest auf der Glasunterlage haftet und daher beim Abziehen des Netzes dort zurückbleibt. Das Verfahren wird auch auf Lochblenden und Feinspalte angewandt.

Der Arbeitsgemeinschaft für Elektronenoptik e.V. und dem Bundeswirtschaftsministerium danken wir sowohl für apparative als auch für personelle Unterstützung.

**Literatur:** [1] MÖLLENSTEDT, G., u. W. HUBIG: Optik 118, 528 (1954). — [2] SPEIDEL, R.: Z. Physik 154, 238 (1959). — [3] MÖLLENSTEDT, G., u. C. JÖNSSON: Z. Physik 155, 473 (1959). — [4] BOERSCH, H., H. HAMISCH u. K.H. LÖFFLER: Naturwissenschaften 46, 596 (1959). — [5] HAILER, C.: Wiss. Veröff. Siemens-Werk 17, 115 (1938). — [6] EWALD, H.: Z. Naturforsch. 5a, 4 (1950).

Professor Dr. GOTTFRIED MÖLLENSTEDT,  
Dr. RUMOLD SPEIDEL  
Institut für Angewandte Physik  
der Universität Tübingen

## Verfahren zur Kompensation von magnetischen Wechselfeldern in Elektronen-Interferometern

Von RAINER BUHL

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 13. Februar 1961)

Der gewünschte Bahnverlauf von Elektronen in elektronenoptischen Geräten wird oft durch magnetische Felder gestört. Konstante magnetische Gleichfelder sollen in dieser Arbeit nicht interessieren. Es wird über Maßnahmen zur Kompensation der oberwellenhaltigen 50 Hz-Streifelder berichtet, die z.B. von Transformatoren, Drosseln und Motoren herrühren. Vor allem aber stören die sich weit ausbreitenden Felder von großen niederohmigen Leiterschleifen, die durch Verkettung des Nulleiters von Drehstromnetzen mit anderen Erdleitern entstehen.

Oft kann man in elektronenoptischen Geräten durch ineinandergestellte Rohre aus einem Material

hoher Anfangspermeabilität den Einfluß der Streiffelder hinreichend vermindern. Jedoch verkleinern experimentell notwendige Bohrungen und Schlitze in den Abschirmrohren die magnetische Abschirmung.

Das zur Zeit im Institut für Angewandte Physik in Tübingen gegenüber magnetischen Wechselfeldern empfindlichste Gerät ist das von W. BAYH [1], [2] seit längerem in Funktion genommene Elektronen-Interferometer mit weit voneinander getrennten kohärenten Elektronenbündeln. Die im Biprisma-Interferometer [3] entstehenden Zweistrahl-Interferenzen werden durch die zum Biprismafaden parallele Komponente des Magnetfeldes gestört. In der dazu senk-



chten Richtung stören die vorhandenen Streufelder nicht. Es reicht daher aus, wenn eine Komponente des magnetischen Wechselfeldes kompensiert wird.

In unserem Laboratorium ist seit Jahren eine von den ehemaligen Süddeutschen Laboratorien, Mosbach/Laden, übernommene Einrichtung in Gebrauch, welche die Netzwechselspannung, in Amplitude und Phase regelbar, an zwei kleine Spulen legt, die senkrecht zueinander an der elektronenoptischen Säule angebracht sind. Der Strahl erhält am Ort der Spulen einen Einfluß, welcher der Störung auf der ganzen Strahlengänge angepaßt wird. Neben der Vernachlässigung der nicht unbedeutenden Oberwellen fällt die Unbenutzbarkeit stark ins Gewicht, bei jeder Änderung des Störfeldes an mehreren Drehknöpfen nachregeln zu müssen. Bei dem erwähnten Interferometer brachte diese Einrichtung nur bei sehr starkem Störfeld eine Verbesserung.

Um auch kleinere Störfelder kompensieren zu können, wurden zwei vollautomatische Kompensationsmethoden erprobt. Bei der ersten Ausführungsform wird durch die in Abb. 1a gezeichnete größere Sekundärspule  $L_2$  ein Wechselstrom geschickt, dessen Magnetfeld die Komponente des Feldes, welche die kleine Primärspule  $L_1$  senkrecht durchsetzt, zu einem Minimum reduziert. Bei dem anderen System (Abb. 1b) werden die von den Störfeldern in einer Spule induzierten Spannungen dazu benutzt, den Elektronenstrahl entgegengesetzt zu der Störung um den gleichen Betrag elektrostatisch abzulenken.

### I.

In einer Luftspule von  $nF = 10^6 \text{ cm}^2$  werden durch im Laboratorium meist vorhandenen magnetischen Streufelder Spannungen von 0,4 mV induziert. Bringt man diese Spule an die aus Stahl gefertigte Säule eines Elektronenmikroskops, so erhöht sich wegen der Feldverzerrung die induzierte Spannung auf 0,6 mV. Bei einer Frequenz von 50 Hz entspricht diese Spannung nach dem Induktionsgesetz einem Feld an der Säule aus dem Gerates von  $2 \cdot 10^{-4} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-1}$  oder  $2,6 \cdot 10^{-4} \text{ Oe}$ . Da dieses Feld beim ersten Verfahren durch die Kompensation sehr stark geschwächt werden soll, muß der Verstärker für eine viel geringere Eingangsspannung als dem ungeschwächten Feld entspricht, ausgelegt sein. Nach Verstärkung der induzierten Spannung in einer Pentode und einer Triode wird über eine Phasenmehrstufe eine steile Doppeltriode im Gegentakt geschaltet. Die Sekundärspule ist an die beiden Kathoden der Endstufe angeschlossen, welche bis auf die Gittervorspannung auf Erdpotential liegen.

Die Anordnung mit den beiden parallel zueinander aufgestellten Spulen stellt eine Gegenkopplung von magnetischen Wechselfeldern dar. Um Rückkopplung zu vermeiden, muß das linear verstärkte Frequenzband bis etwa 1 Hz herunter reichen und bei höheren Frequenzen geeignet beschnitten werden. Dies geschieht mit einem  $33 \text{ nF}$ -Kondensator parallel zu dem  $20 \text{ k}\Omega$ -Arbeitswiderstand der Eingangsröhre und durch die kleinen Kathodenwiderstände von je  $680 \Omega$ , welche zur Sekundärspule parallel geschaltet sind. Bekanntlich nimmt bei konstanter Amplitude eines magnetischen Wechselfeldes die in einer Spule induzierte Spannung linear mit der Frequenz zu. Deshalb muß die Verstärkung im Verstärker selbst mehr als

mit  $\omega^{-1}$  abfallen. Abb. 2 gibt den Frequenzgang der ganzen Anordnung wieder. Es wurde künstlich ein Störfeld erzeugt und die Kompensationswirkung bei den verschiedenen Frequenzen gemessen. Im Bereich von 50 Hz bis 100 Hz ist danach die Schwächung des störenden Feldes 97%.

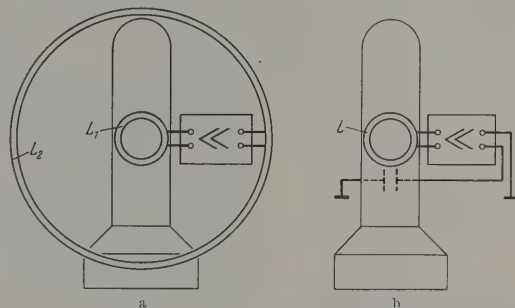


Abb. 1. Schematische Darstellung der Kompensationsanordnungen an elektronenoptischen Versuchsanordnungen

Eine zusätzlich eingebrachte kleine Probespule zeigt jedoch, daß dieser Wert nur integral über die ganze Fläche der Aufnahmespule erreicht wird. Auf kleinen Bereichen ist die Wirkung wesentlich geringer.

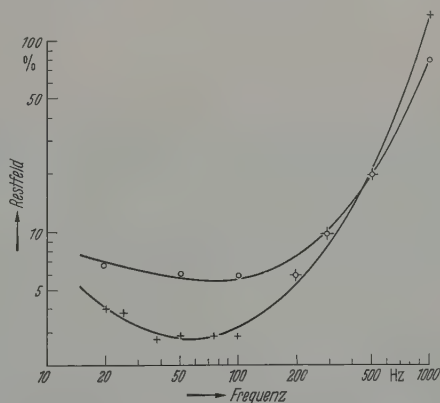


Abb. 2. Kompensationswirkung der Anordnung nach Abb. 1a in Abhängigkeit von der Frequenz. + Spulen an einer elektronenoptischen Säule aus Stahl; o Spulen frei aufgestellt

Auch elektronenoptisch zeigte die mit einer rechteckigen Aufnahmespule (die das Störfeld von 70 cm Strahlänge umfaßte) ausgerüstete Anordnung nur eine äußerst geringe Wirkung. Um gleichmäßige Kompensation zu erzielen, muß man fordern, daß die Inhomogenitäten des zu kompensierenden Feldes und des Kompensationsfeldes klein gegen den Kompensationsfaktor sind. Ein Schritt in dieser Richtung ist, die Ausgangsspule möglichst groß und, wenn sie nicht in gleicher Ebene wie die Eingangsspule liegt, als Helmholtz-Spulenpaar auszubilden. Man erreicht bei weit entfernten Störern aber auch nur dann in Teilbereichen eine gute Kompensation, wenn die Verzerrung des Feldes durch die Eisenteile der elektronenoptischen Säule gleichmäßig ist.

Die integrale Kompensation ist für den vorliegenden Zweck nicht maßgebend, denn die Störempfänglichkeit elektronenoptischer Strahlengänge ist an den verschiedenen Stellen verschieden. Ein Feld  $B(z) = \text{const}$  übt an jeder Stelle  $z$  der optischen Achse einen



verschiedenen Einfluß  $G(z)$  auf das Endbild aus, während sein Einfluß auf die in der Spule induzierte Spannung unabhängig vom Ort des Feldes innerhalb der Spule ist. Man kann jedoch durch passende Formgebung der Eingangsspule erreichen, daß die in der Spule induzierte Spannung ebenfalls eine Abhängigkeit  $G(z)$  von  $z$  bekommt: Ihr Quer-

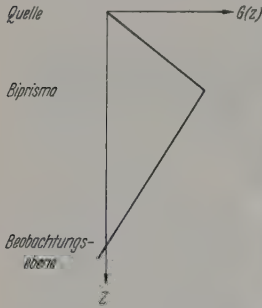


Abb. 3

Abb. 3. Empfindlichkeit eines elektronenoptischen Biprisma-Interferometers gegen magnetische Ablenkung

Abb. 4a u. b. Wirksamkeit der Kompensation bei Verwendung einer rauteförmigen Aufnahmespule. a Das Störfeld bewegt das Bild im Takt seiner Frequenz. Die Aufnahme mit einer Belichtungszeit gewonnen, die groß gegen die reziproke Frequenz ist, zeigt verminderten Kontrast der Interferenzstreifen. b Störfeld kompensiert

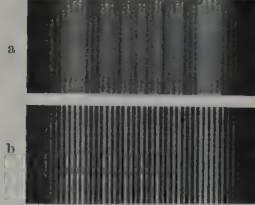


Abb. 4 a u. b

schnitt entlang der optischen Achse muß proportional zu  $G(z)$  sein. Wenn diese Spule schmal ist, üben Inhomogenitäten der Streufelder senkrecht zur optischen Achse auf die induzierte Spannung nur einen

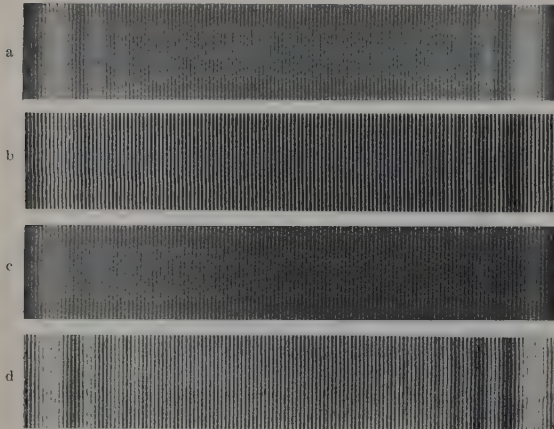


Abb. 5a—d. Kompensation von zwei verschiedenen starken Störfeldern unter Verwendung eines Paares kleiner Aufnahmespulen. a Einfluß des Störfeldes; b störendes Magnetfeld kompensiert; c stärkeres Störfeld; die Interferenzstreifen erscheinen wieder, jedoch verschwinden die dem Interferenzfeld überlagerten Beugungssäume in der Mitte; d Kompensation eingeschaltet

geringen Einfluß aus. So gelingt es, den Einfluß der Felder nahegelegener Störer auf den Elektronenstrahl zu verringern.

Die Funktion  $G(z)$  ist für ein Interferometer mit einem Biprisma in Abb. 3 angedeutet. Die der Störempfänglichkeit angepaßte Aufnahmespule muß bei gleichen Abständen zwischen Quelle, Biprisma und Beobachtungsebene die Form einer langgestreckten Raute haben, welche von den kohärenten Quellen bis zu der Beobachtungsebene reicht. Nun ist aber auch die Abschirmwirkung der aus Stahl gefertigten Vakuumgehäuse und der zusätzlich eingebrachten zylindrischen Abschirmrohre eine Funktion des Ortes. Die

Verwendung der rauteförmigen Aufnahmespule ist deshalb bei diesem Interferometer nur angebracht, wenn die Abschirmung gleichmäßig ist.

Bei dem für die Erprobung verwendeten Interferometer konnte die Abschirmung in der Umgebung des Biprismas weniger wirkungsvoll ausgeführt werden. Wie die Abb. 4 zeigt, ist mit der beschriebenen Spule trotzdem eine bedeutende Verbesserung zu erzielen. Abb. 5 gibt einen Eindruck von der Wirkung der Anordnung, wenn als Aufnahmespule kleinere Spulen verwendet werden, die nur den magnetisch schlecht abgeschirmten Bereich überdecken. In dieser Abbildung ist die Kompensation von zwei verschiedenen starken Störfeldern demonstriert.

Während es für die Wirkung der Anordnung mit den größeren Spulen gleichgültig war, ob nur eine Spule oder ein Spulenpaar vor und hinter der Säule als Aufnahmespule verwendet wurde, ist bei dieser kleinen Spule der Abstand vom Strahl merklich. Sie mußte als Paar verwendet werden. Man ersieht aus

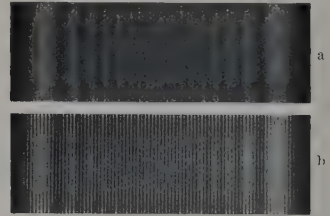


Abb. 6a u. b. Der Einfluß von magnetischen Wechselfeldern wird durch elektrostatische Ablenkung aufgehoben. a Beeinflussung durch das Störfeld; b Einfluß kompensiert

dem Vergleich der Abb. 4 und 5, daß es von Bedeutung ist, die Aufnahmespule der Störempfänglichkeit der Apparatur und nicht nur des Elektronenstrahles anzupassen. Die beschriebene Apparatur arbeitet vollautomatisch.

## II.

Der andere Kompensator soll die Einwirkung von magnetischen Wechselfeldern auf das Endbild vermindern. Der von G. MÖLLENSTEDT stammende Vorschlag benutzt das Prinzip, daß bei konstanter Geschwindigkeit der Elektronen jede Lorentz-Kraft durch ein zur magnetischen Induktion proportionales elektrisches Feld kompensiert werden kann. Es ist dabei gleichgültig, ob die Felder an derselben oder an verschiedenen Stellen liegen. Insbesondere kann an einer Stelle der Einfluß im ganzen Strahlverlauf kompensiert werden.

Jedoch ist die Messung des magnetischen Flusses und damit die Gewinnung des Kompensationssignals denselben Schwierigkeiten unterworfen wie bei der eben besprochenen Methode. Die Form der Aufnahmespule muß wieder der Störempfänglichkeit der Apparatur angepaßt werden. Die Anordnung (Abb. 1b) besteht aus Aufnahmespule  $L$ , Verstärker und Ablenkplatten. Nach dem Induktionsgesetz ist die in der Spule induzierte Spannung proportional der zeitlichen Änderung des hindurchtretenden magnetischen Flusses. Durch Integration in einem  $RC$ -Glied wird daraus eine Spannung gewonnen, die wieder proportional zum Fluß ist. Diese verstärkte Spannung wird an die Ablenkplatten gelegt. Die Verstärkung ist regelbar und kann der jeweiligen Empfindlichkeit des

elektronenoptischen Strahlenganges angepaßt werden. Bei dem Erprobungsversuch wurde eine der sonst verwendeten Backen des elektrostatischen Biprismas als Plattenplatte benutzt. Die benötigte Kompensationspannung lag in der Größenordnung von 10 mV. Die Abb. 6 bringt ein Beispiel der erzielten Kompensation.

Die technischen Vorteile dieser letzten Anordnung liegen darin, daß keine Rückkopplung auftreten kann, und der Energiebedarf gering ist.

Herrn Prof. Dr. G. MÖLLENSTEDT möchte ich meinen Dank für sein stets förderndes Interesse aussprechen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für Unterstützung.

**Literatur:** [1] MÖLLENSTEDT, G., in: Proceedings of the European Regional Conference on Electron Microscopy, Delft 1960. — [2] MÖLLENSTEDT, G., u. W. BAYH: Originalmitteilung in Naturwissenschaften (im Druck). — [3] MÖLLENSTEDT, G., u. H. DÜKER: Z. Physik **145**, 377 (1956).

Dr. RAINER BUHL

Institut für Angewandte Physik der Universität Tübingen

## Zur Temperaturerhöhung des Objektes bei Elektronenbeugung

Von SHIGETO YAMAGUCHI

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 2. September 1960)

Die magnetische Induktion eines Ferromagnetikums verhält sich sehr empfindlich gegen die Temperaturerhöhung desselben. Die Bahn der Elektronen läßt sich durch ein Magnetfeld beeinflussen, wie das in Beugungsbild eines Ferromagnetikums als Lorentz-Effekt beobachtbar ist. Diese beiden Erscheinungen hat der Autor zur Abschätzung der Temperaturerhöhung des magnetisierten Objektes bei Elektronenbeugung verwendet.

### Experimente

Invar (Ni: 35 Atom-%), Nickel und Eisen dienten als Versuchsproben, deren Curie-Punkt bzw. Sättigungsinduktion in Abhängigkeit von Temperatur be-

genommen, die möglichst kalt (ungefähr 40° C) gehalten wurde. Die zur Aufnahme dieses Bildes nötige Bestrahlungsdauer betrug nur eine halbe Sekunde<sup>1</sup>. Dem Bild der kälteren Probe wurde das der wärmeren überlagert, die mit Elektronen zwei Minuten ununterbrochen bestrahlt worden war. Während dieser Bestrahlung wurden sowohl die Wellenlänge und die Stromstärke der eingestrahnten Elektronen als auch die Lage der Probe und die der Photoschicht konstant gehalten. Ein in Abb. 2 wiedergegebenes Doppelbild

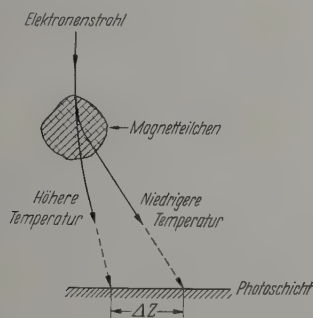


Abb. 1. Anordnung zur Elektronenbeugung an den magnetisierten Teilchen. Magnetfeld liegt senkrecht zur Papierebene



Abb. 2. Doppelbild aus der kälteren und der wärmeren Invarprobe. Ringexzentrizität entspricht dem Unterschied der Induktion zwischen diesen beiden Zuständen. Vergrößerung 3,7-fach

kannt sind. Pulver dieser Metalle wurden von einer scharfen Kante einer üblichen Rasierklinge als permanentem Magneten (Remanenz: etwa 10000 Gauß) angezogen. Auf diese Weise sättigten sich magnetisch die einzelnen Teilchen (Größe: etwa 1000 Å) der Probe, wie in Abb. 1 zu ersehen. Ein Bündel der Elektronen (Querschnitt: etwa 0,1 mm) streifte die magnetisierten Teilchen, um ein Beugungsbild zu ergeben. Die Wellenlänge und die Stromstärke der dabei eingestrahnten Elektronen betrugen 0,03 Å und 0,1 mA.

Ein Doppelbildverfahren bei Elektronenbeugung wurde benutzt, um die Temperaturabhängigkeit der magnetischen Induktion der Probe zu beobachten. Zuerst wurde ein Beugungsbild aus der Probe auf-

wurde auf diese Weise an der Invarprobe erhalten: die Beugungsringe aus dem kälteren und dem wärmeren Zustand der Probe sind *exzentrisch*. Dies beweist, daß der Lorentz-Effekt des ersten Zustandes und der des letzteren voneinander verschieden ist. Die zu messende Ringexzentrizität  $\Delta Z$  führt zur Abschätzung der Differenz  $\Delta B$  zwischen den magnetischen Induktionen der beiden Zustände [2]:

$$\Delta Z = \frac{e L \lambda l}{h} \cdot \Delta B, \quad (1)$$

<sup>1</sup> Unter diesen Bedingungen kann man ein kristallines Beugungsbild aus Paraffin beobachten [1], dessen Schmelzpunkt etwa 50° C beträgt.



wobei  $e$  die Elementarladung,  $\lambda$  die Wellenlänge der Elektronen,  $L$  die Kameralänge zur Beugung (495 mm),  $h$  die Planck-Konstante,  $l$  die magnetische Weglänge der Elektronen bedeutet. Auf Abb. 2 mißt man  $\Delta Z = 0,4$  mm und  $\lambda = 0,0299$  Å. Also erhält man nach Gl. (1)  $\Delta B \approx 4000$  Gauß, wenn man  $l \approx 3\mu$  annimmt. Dieser gemessene  $\Delta B$ -Wert stimmt annähernd

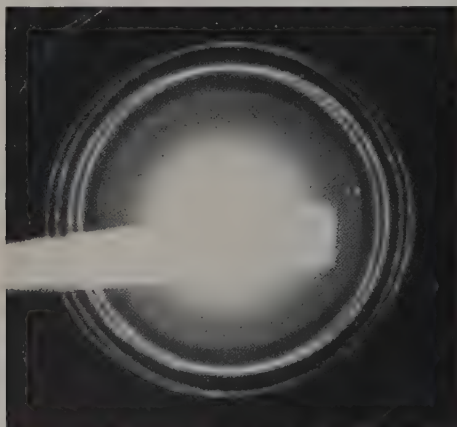


Abb. 3. Doppelbild aus der Invarprobe, die den Curie-Punkt überstiegen hat. Keine Ringexzentrizität

mit der Differenz zwischen der bekannten Sättigungsinduktion von Invar (etwa 15000 Gauß) [3] und der Remanenz an der Rasierklinge (10000 Gauß) überein. Dies deutet darauf hin, daß die Temperatur der wärmeren Probe schon den Curie-Punkt von Invar (250° C) überstiegen hat, wie das aus dem magnetischen Diagramm des Fe-Ni-Systems [4] zu entnehmen ist.

In der vorliegenden Anordnung nach Abb. 1 nimmt man häufig wahr, daß einige der Invarteilchen von der Rasierklinge infolge der Schwerkraft sich entfernten, wenn die Elektronenexposition genügend hoch war. Dies weist nach, daß die Invarprobe den Curie-Punkt überstieg, und infolgedessen paramagnetisch wurde.

Ganz schwache Beugungsringe, die im Original zu Abb. 2 erkennbar sind, stammen von ferromagnetischem Oxyd  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  mit dem höheren Curie-Punkt (575° C) [3]. Dieses eingeschlossene Oxyd bewirkt, daß die Invarteilchen an die Kante der Rasierklinge noch angezogen blieben, auch wenn der Curie-Punkt von Invar (250° C) überschritten war. Dieser Befund weist darauf hin, daß die Temperatur der Probe unterhalb 575° C blieb.

Abb. 3 ist ein Doppelbild, das an der mit den Elektronen zwei und darauf vier Minuten bestrahlten Invarprobe aufgenommen wurde. Es tritt keine Ringexzentrizität auf, da die beiden Zustände der Probe bereits den Curie-Punkt überschritten haben.

Die Versuche mit den Nickel- und Eisenteilchen wurden unter denselben Bedingungen wie für die Invarteilchen angestellt, um die magnetischen Zustände derselben in Abhängigkeit von Temperatur zu ermitteln. Für diese beiden Versuchsproben wurde  $\Delta B \approx 1000$  Gauß aus der an den Beugungsringen beobachteten Exzentrizität gemessen. Dieser gemessene  $\Delta B$ -Wert blieb kleiner gegenüber der Induktionserniedrigung bei der magnetischen Umwandlung durch den Curie-Punkt dieser reinen Metalle. Die  $I$ - $H$ -Kurven des Nickels und die des Eisens bei den verschiedenen Temperaturen sind nach KAYA [5] bekannt. Aus diesen Kurven läßt sich entnehmen, daß die Differenz  $\Delta I$  zwischen der Sättigungsinduktion bei Zimmertemperatur und der bei 300° C sowohl für Nickel als auch für Eisen ungefähr 100 Gauß beträgt. Also erhält man  $\Delta B \approx 4\pi \Delta I$ . Daraus schließt man, daß sich die Temperatur der Probe unter Umständen von Zimmertemperatur bis 300° C ändert. Dies ist in guter Übereinstimmung mit der Temperaturerhöhung durch Elektronenbestrahlung bei Invar.

#### Zusammenfassung

Die Temperaturerhöhung des Objektes bei Elektronenbeugung ließ sich mit Hilfe des magnetischen Lorentz-Effektes durch die thermische Induktionsänderung an Invar, Nickel und Eisen abschätzen. Die Bedingungen der zur Beugung eingestrahnten Elektronen waren folgende: Querschnitt des Elektronenbündels 0,1 mm, Wellenlänge und Stromstärke der Elektronen 0,03 Å und 0,1 mA, Bestrahlungsdauer zur elektronischen Vorwärmung des Objektes 0,5 sec bis 4 min. Nach den Versuchsergebnissen änderte sich reversibel die Temperatur des Objektes unter Umständen von 40 bis 300° C.

**Literatur:** [1] YAMAGUCHI, S.: Z. angew. Phys. 8, 221 (1956). — Z. Physik 134, 618 (1953). — [2] YAMAGUCHI, S.: Z. angew. Phys. 10, 138 (1958). — [3] BOZORTH, R. M.: Ferromagnetism. Bell Laboratories Series, S. 723, 870. Princeton U.S.A.: D. Van Nostrand Co. 1956. — [4] MASING, G.: Lehrbuch der allgemeinen Metallkunde, S. 576. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950. — [5] KAYA, S.: Ferromagnetismus [Japanisch], S. 100. Tokio: Iwanami-Verlag 1957.

SHIGETO YAMAGUCHI

The Institute of Physical & Chemical Research,  
31 Kamifuji (Hongo), Tokio, Japan

# Die Absorption elektromagnetischer Wellen in einem großen Frequenzbereich durch eine dünne homogene Schicht mit Verlusten

Von HANS-WILHELM HELBERG

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 27. Dezember 1960)

## 1. Zusammenstellung der verwandten Symbole

$d$	Schichtdicke
$\beta = \alpha - i\chi$	Wellenzahl in der Schicht
$\infty$	Reflexionsfaktor
	Eingangsimpedanz der Schicht
	Wellenwiderstand des freien Raumes
	Wellenwiderstand der unendlichen dicken Schicht
	Dämpfungsmaß in der Schicht
	Phasenmaß in der Schicht
$\epsilon' - i\epsilon''$	relative Dielektrizitätskonstante
	Freifeldwellenlänge
$\mu' - i\mu''$	Wellenlänge in der Schicht
	relative Permeabilität
	Frequenz
$\sigma' - i\sigma'' = \frac{d}{\lambda} \epsilon$	Rechengrößen
$\tau' - i\tau'' = \frac{d}{\lambda} \mu$	

## 2. Einleitung

Die reflexionsfreie Absorption elektromagnetischer Dezimeter- und Zentimeterwellen spielt in der Radartechnik und in der Meßtechnik eine bedeutende Rolle. Man unterscheidet im wesentlichen drei verschiedene Absorbertypen: Die homogene ebene Materialschicht besitzt eine genügend hohe Dämpfung im Innern und muß gleichzeitig an den freien Raum angepaßt sein. Beim Keilabsorber wird die Anpassung durch einen allmählichen geometrischen Übergang zum verlustbehafteten Material erreicht, wobei nur die Wellen absorbiert werden, deren Wellenlänge kleiner als die Keillänge ist. Die Resonanzabsorber sind aus schwingungsähnlichen Elementen aufgebaut und nur in einem relativ kleinen Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz herum wirksam. — Eine umfassende Zusammenstellung von Absorbern für elektromagnetische Wellen geben MEYER und POTTEL [1].

Die verlustbehaftete homogene Materialschicht vor einer Metallplatte ist der einfachste Typ eines Absorbers für elektromagnetische Wellen. Diese Anordnung wurde zuerst von DÄLLENBACH und KLEINTEUBER [2] beschrieben (Abb. 1): Elektromagnetische Wellen fallen auf eine ebene Metallfläche, die mit einer homogenen planparallelen Schicht bedeckt ist. Die Dicke  $d$  dieser Schicht sei klein zur Wellenlänge  $\lambda$  der Wellen im freien Raum vor der Schicht. Das Material der Schicht wird gekennzeichnet durch die relative Dielektrizitätskonstante  $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$  und die relative Permeabilität  $\mu = \mu' - i\mu''$ . Das Verhältnis der Amplitude der insgesamt von der Schicht reflektierten Wellen zur Amplitude der auf die Schicht auftretenden Welle wird Reflexionsfaktor genannt. Der Reflexionsfaktor  $R$  wird aus dem relativen Eingangswiderstand  $Z/Z_0$  der Schicht berechnet

$$R = \frac{(Z/Z_0) - 1}{(Z/Z_0) + 1} \quad (1)$$

abei ist  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$  der Wellenwiderstand des freien Raumes ( $\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-14}$  Asec/Vcm ab-

solute Dielektrizitätskonstante und  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-9}$  Vsec/Acm absolute Permeabilität des freien Raumes). Bei senkrechtem Einfall der Wellen errechnet man für den relativen Eingangswiderstand

$$\frac{Z}{Z_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \tanh \left( 2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\epsilon \mu} \right). \quad (2)$$

Neben der Frage für welche Schichtdicken  $d$  und Materialwerte  $\epsilon$  und  $\mu$  eine möglichst große Absorption, z. B.  $|R| \leq 0,1$ , erreicht werden kann, interessiert vor allem die Größe des Frequenzbereiches, in dem diese Absorption erhalten bleibt. Bei anderen Absorbertypen, deren Dicke ebenfalls klein zur Freifeldwellenlänge ist, wurden z. B. Frequenzbereiche von 1:2,7 (Dipol-Resonanzabsorber, SCHMITT und FUTTERMENGER [3]) und 1:1,1 (extrem dünne Dipol-Resonanzschlitzaabsorber, WIEKHORST [4]) gemessen<sup>1</sup>.

In der vorliegenden Arbeit wird die homogene verlustbehaftete Schicht im gesamten physikalisch interessierenden Bereich berechnet und ihre Frequenzbandbreite diskutiert. Es wird gezeigt, daß im Fall sehr kleiner Schichtdicke dieser Absorber unter gewissen Voraussetzungen in einem Frequenzbereich von mindestens 1:10 wirksam sein kann. Alle Betrachtungen werden für senkrechten Welleneinfall durchgeführt<sup>2</sup>.

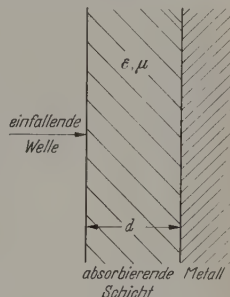


Abb. 1. Aufbau eines Absorbers mit verlustbehafteter homogener Schicht

## 3. Reflexionsfreiheit bei sehr kleiner Schichtdicke

POTTEL [10] diskutierte unter anderem die dünne reflexionsfreie Schicht bei rein magnetischen Verlusten<sup>3</sup> in einem Bereich von  $0,01 \leq \frac{d}{\lambda} \epsilon' \leq 1$ . Soll die Schicht über einen breiten Frequenzbereich angepaßt sein ( $R = 0$ ), so müssen  $\epsilon$  bzw.  $\mu$  entsprechend mit der Frequenz variieren. POTTEL zeigte, daß es keine Materialien gibt, die diese geforderten Frequenzgänge von  $\epsilon$  bzw.  $\mu$  aufweisen.

Im folgenden wird eine noch dünnere Schicht beschrieben ( $\frac{d}{\lambda} \epsilon' \leq 10^{-2}$ ): Wenn die Schichtdicke sehr klein ist

$$\left| 2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\epsilon \mu} \right| \leq \frac{1}{4}, \quad (3)$$

<sup>1</sup> Mehrschichten- [5] und Schachtabsorber [6] seien zur Gruppe der Keilabsorber [7], [8] gezählt, die hier nicht betrachtet werden.

<sup>2</sup> Das Verhalten von Absorbern bei schräger Inzidenz untersuchte WALTHER [9].

<sup>3</sup> Auch der Fall rein dielektrischer Verluste wurde untersucht.



gilt

$$\tanh\left(2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon\mu}\right) \approx 2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (4)$$

Mit dieser Näherung liefert Gl. (2)

$$\frac{Z}{Z_0} = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\mu'' + i\mu'). \quad (5)$$

Im relativen Eingangswiderstand in Gl. (5) ist nur noch die Permeabilität enthalten. Weil das elektrische Feld an der Metallfläche zusammenbricht, spielt in der sehr dünnen Schicht die Dielektrizitätskonstante keine Rolle mehr.  $\varepsilon$  muß lediglich der Bedingung in Gl. (3) genügen. Der Absorber sehr kleiner Schichtdicke wirkt nur auf die magnetische Feldstärke. Die Schicht muß gleichzeitig elektrische und magnetische Verluste oder nur rein magnetische Verluste besitzen. Verlangt man  $|R| \leq 0,05$ , also fast vollständige Absorption, so liegen die Mittelpunkte der Kreise gleichen Reflexionsfaktors praktisch auf dem Punkt 1 in der komplexen  $Z/Z_0$ -Ebene, d. h. Gl. (1) wird entwickelt zu

$$\frac{Z}{Z_0} \approx 1 + 2R. \quad (6)$$

[Bei vollständiger Absorption, d. h.  $R=0$ , muß  $Z=Z_0$  sein (Anpassung)]. Wegen Gl. (6) folgen aus Gl. (5) mit guter Näherung die Bedingungen

$$0,9 \leq 2\pi \frac{d}{\lambda} \mu'' \leq 1,1 \quad (7)$$

und

$$2\pi \frac{d}{\lambda} \mu' \leq 0,1, \quad (8)$$

bzw. aus Gl. (7) und (8)

$$9 \cdot |\mu'| \leq \mu''. \quad (9)$$

In Gl. (8) bzw. (9) muß der Betrag von  $\mu'$  genommen werden, da  $\mu'$  auch negativ werden kann. Die unteren Schranken von Gl. (7) und (8) vereinfachen Gl. (3) zu

$$\left| \sqrt{\frac{d}{\lambda}} \varepsilon \right| \leq \frac{1}{4 \cdot 0,9 \cdot \sqrt{2\pi}}. \quad (10)$$

Nach Vereinfachung von Gl. (7) und Elimination von  $d/\lambda$  in Gl. (10) mit Hilfe Gl. (7) erhält man schließlich insgesamt die drei Bedingungen

$$0,14 \leq \frac{d}{\lambda} \mu'' \leq 0,18, \quad (11)$$

$$9 \cdot |\mu'| \leq \mu'', \quad (9)$$

$$13 \cdot |\varepsilon| \leq \mu'', \quad (12)$$

unter denen für eine dünne homogene verlustbehaftete Schicht ein Reflexionsfaktor von  $|R| \leq 0,05$  zu erreichen ist. In Abschnitt 8 wird gezeigt, daß es Materialien gibt, die diese Bedingungen in einem großen Frequenzbereich nahezu erfüllen.

#### 4. Reflexionsfreiheit bei sehr großer Schichtdicke ( $\varepsilon=\mu$ )

Mit sehr guter Näherung gilt

$$\tanh\left(2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon\mu}\right) \approx 1, \quad (13)$$

wenn

$$2,5 \leq \left| \operatorname{Re}\left(2\pi i \frac{d}{\lambda} \sqrt{\varepsilon\mu}\right) \right|. \quad (14)$$

Bei großer Schichtdicke liefert also Gl. (2) wegen Gl. (13) den relativen Wellenwiderstand des Materials

$$\frac{Z_\infty}{Z_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (15)$$

Anpassung führt zur Forderung  $\varepsilon=\mu$ , die bisher technisch noch nicht verwirklicht werden konnte.

### 5. Reflexionsfreiheit bei beliebiger Schichtdicke

#### a) Qualitative Betrachtung

Nach Einführung der Ausdrücke

$$\sigma = \sigma' - i\sigma'' = \frac{d}{\lambda} \varepsilon = \frac{d}{\lambda} (\varepsilon' - i\varepsilon'') \quad (16)$$

und

$$\tau = \tau' - i\tau'' = \frac{d}{\lambda} \mu = \frac{d}{\lambda} (\mu' - i\mu'') \quad (17)$$

in Gl. (2) hängt der relative Eingangswiderstand der Schicht nur noch von den beiden Variablen  $\sigma$  und  $\tau$  ab:

$$\frac{Z(\sigma, \tau)}{Z_0} = \sqrt{\frac{\tau}{\sigma}} \tanh(2\pi i \sqrt{\sigma\tau}). \quad (18)$$

Mit  $Z/Z_0$  in Gl. (18) sei die Funktion  $F(\sigma, \tau)$  definiert:

$$F(\sigma, \tau) = \frac{Z(\sigma, \tau)}{Z_0} - 1. \quad (19)$$

Fordert man Anpassung der Schicht ( $Z/Z_0=1$ ), so muß man die  $\sigma$  und  $\tau$  suchen, die die Gleichung

$$F(\sigma, \tau) = 0 \quad (20)$$

erfüllen. Neben der behandelten Näherung für kleine Schichtdicke in Abschnitt 3 ( $|2\pi i \sqrt{\sigma\tau}| \leq \frac{1}{4}$ ) und der Näherung für große Schichtdicke in Abschnitt 4 ( $2,5 \leq |\operatorname{Re}(2\pi i \sqrt{\sigma\tau})|$ ) lassen sich leicht zwei Sonderfälle diskutieren:

#### Nullstellen des $\tanh$

Die Gleichung

$$\tanh(2\pi i \sqrt{\sigma\tau}) = 0 \quad (21)$$

ist nur erfüllt, wenn

$$2\sqrt{\sigma\tau} = n \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

ist ( $n$  reelle und ganze Zahl). Das bedeutet, daß hier die Schichtdicke ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge im Material sein muß [zur Wellenlänge  $\lambda$  im Material s. Gl. (30)]:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{n}{2}. \quad (23)$$

Für Gl. (22) ist erforderlich, daß entweder

$\alpha)$   $\sigma$  und  $\tau$  zueinander konjugiert komplex sind

$$\sigma^* = \tau \quad \text{oder} \quad \sigma = \tau^*$$

oder daß

$\beta)$   $\sigma$  und  $\tau$  beide reell sind. Dann muß aber  $\sigma \ll \tau$  sein, damit  $\sqrt{\sigma/\tau}$  gegen Null strebt.

Der Fall  $n=0$  ist identisch mit der Näherung für kleine Schichtdicke. Der Fall  $\alpha)$  ist physikalisch nicht möglich, da  $\varepsilon''$  bzw.  $\mu''$  negativ sein müßten.

#### Pole des $\tanh$

Für die Gleichung

$$\tanh(2\pi i \sqrt{\sigma\tau}) \rightarrow \infty \quad (24)$$

uß sein

$$2\sqrt{\sigma\tau} = n + \frac{1}{2}. \quad (25)$$

ier ist die Schichtdicke ein ungeradzahliges Vielfaches  
n einem Viertel der Wellenlänge im Material:

$$\frac{d}{\Lambda} = \frac{1}{4} (2n + 1). \quad (26)$$

entsprechend zu Fall  $\beta$ ) bei den Nullstellen des tanh  
t hier physikalisch auch nur der Fall möglich, daß  
und  $\tau$  beide reell sind. Nur muß hier  $\tau \ll \sigma$  sein,  
amit  $\sqrt{\tau/\sigma}$  gegen Null geht.

bzw. nach Multiplikation mit  $d$

$$kd = 2\pi\sqrt{\sigma\tau}, \quad (28)$$

wobei

$$\beta = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (29)$$

das Phasenmaß und  $\alpha$  das Dämpfungsmaß im Material  
bedeuten. Aus Gl. (28) und (29) ergeben sich dann  
sofort

$$\frac{d}{\Lambda} = |Re(\sqrt{\sigma\tau})| \quad (30)$$

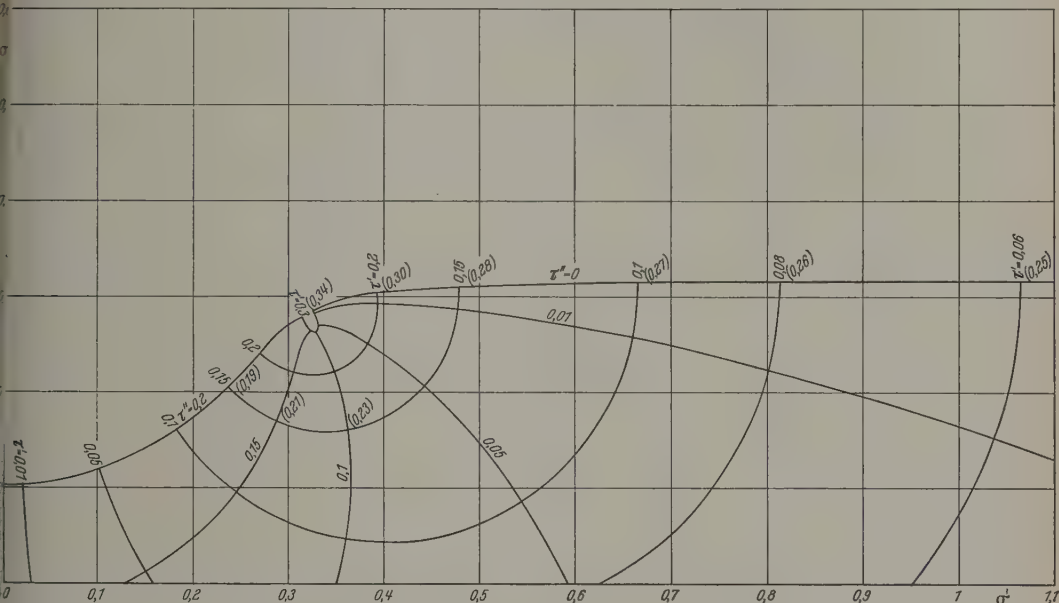


Abb. 2a.  $\sigma$  und  $\tau$  einer verlustbehafteten homogenen Schicht bei Reflexionsfreiheit. 1. Riemannsches Blatt. In runden Klammern:  $d/\Lambda$

Im Fall einer Nullstelle des tanh besteht im wesent-  
lichen nur eine Wirkung auf die magnetische Feld-  
stärke, im Fall eines Poles nur auf die elektrische Feld-  
stärke. Unter reellem  $\sigma$  bzw.  $\tau$  soll hier verstanden  
werden, daß die Verluste sehr klein sind. Ein Absorber  
mit rein reellem  $\sigma$  und rein reellem  $\tau$  ist nicht möglich,  
wie man sofort aus Gl. (20) ersieht. Es müssen rein  
dielektrische oder rein magnetische oder beide Ver-  
luste vorhanden sein.

### b) Exakte Berechnung

Die Gl. (20) wurde mit Hilfe einer elektronischen  
Digital-Rechenanlage (IBM 650) gelöst. In den  
Abb. 2a, 3a und 4a sind die errechneten  $\sigma$  und  $\tau$  dar-  
gestellt, die der Gl. (20) genügen. Als Abszisse ist  $\sigma'$ ,  
als Ordinate  $\sigma''$  aufgetragen, und zwar bis zu den  
Werten  $\sigma' \leq 1,1$  und  $\sigma'' \leq 0,6$ . Die zugehörigen  $\tau'$  und  
 $\tau''$  sind als orthogonales Kurvennetz eingetragen.  
Ferner sind an einer Reihe von Schnittpunkten in  
diesem Kurvennetz das zugehörige  $d/\Lambda$  in runden  
Klammern angegeben. Diese Werte lassen sich aus  
der Wellenzahl  $k$  im Material berechnen:

$$k = \beta - i\alpha = \frac{2\pi}{\Lambda} \sqrt{\varepsilon\mu} \quad (27)$$

und die Dämpfung längs der Schichtdicke

$$\alpha d = 2\pi |Im(\sqrt{\sigma\tau})|. \quad (31)$$

Abb. 2a zeigt einen Teil des Grundblattes. Der  
Nullpunkt mit seiner Umgebung entspricht der in  
Abschnitt 3 behandelten Näherung für kleine Schicht-  
dicke:  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  und  $\tau'$  gehen gegen Null und  $\tau''$  gegen  
 $1/2\pi = 0,159$ .  $d/\Lambda$  nähert sich Null (Nullstelle des  
tanh:  $n=0$ ). In der Gegend von  $\sigma' \approx 0,33$  und  
 $\sigma'' \approx 0,27$  liegt ein Verzweigungspunkt. Die rechte  
obere Kurve ( $\tau''=0$ ) gilt für ein magnetisch verlust-  
freies Material.  $d/\Lambda$  strebt gegen  $1/4$  mit  $\tau' \rightarrow 0$  und  
 $\sigma' \rightarrow \infty$  (Pol des tanh:  $n=0$ ).

Abb. 3a gibt die Fortsetzung des Grundblattes und  
das 2. Riemannsche Blatt wieder. Vom 1. Blatt  
herkommend, gelangt man für wachsende  $\tau'$  bzw.  $\sigma''$   
zum ( $\varepsilon=\mu$ )-Absorber. Bei  $\sigma''=0,5$  wird bereits  
 $\varepsilon=\mu$  gut erfüllt. Das ist auch an den  $d/\Lambda$ -Werten  
zu erkennen, da nach Gl. (30) wegen  $\sigma=\tau$   $d/\Lambda = Re(\sigma)$   
 $= Re(\tau)$  wird. Wachsende  $\tau'$  ( $\tau' \rightarrow \infty$ ) führen um den  
Verzweigungspunkt ( $\sigma' \approx 0,33$ ,  $\sigma'' \approx 0,27$ ) herum wie-  
der zum Koordinatennullpunkt.  $d/\Lambda$  strebt jetzt gegen  
 $1/2$  (Nullstelle des tanh:  $n=1$ ). Bei  $\sigma' \approx 0,59$  und  
 $\sigma'' \approx 0,14$  liegt ein Sattelpunkt und bei  $\sigma' \approx 0,85$  und  
 $\sigma'' \approx 0,34$  ein weiterer Verzweigungspunkt. Die obere





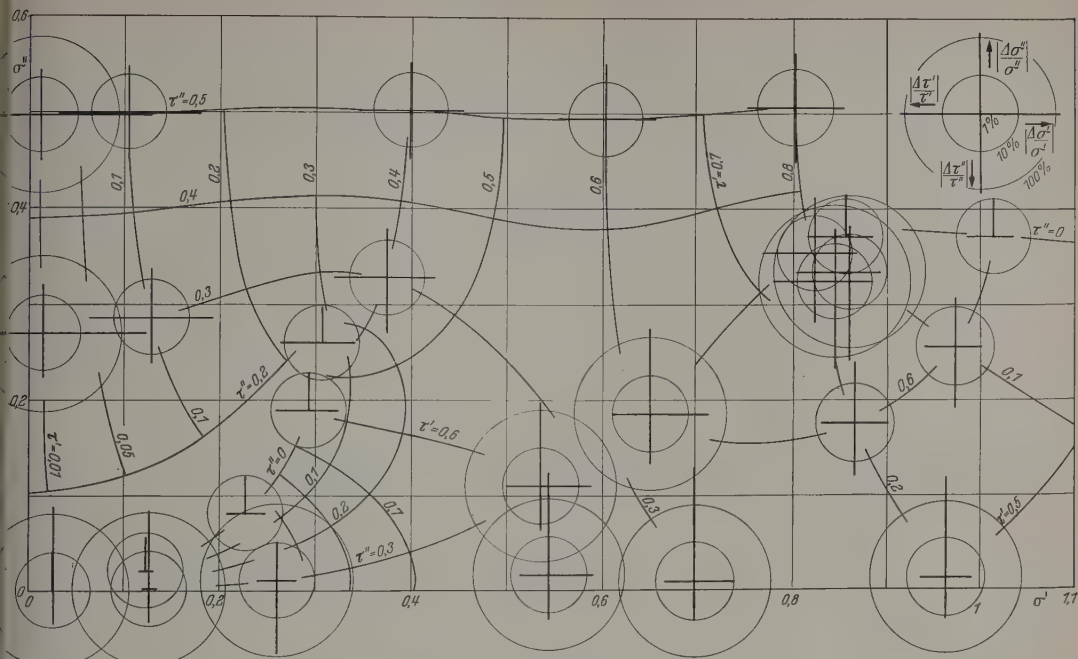


Abb. 3b. Erlaubte relative Änderung von  $\sigma$  und  $\tau$  in Prozent an verschiedenen Lösungspunkten der Abb. 3a, so daß  $|R| \leq 5\%$  bleibt

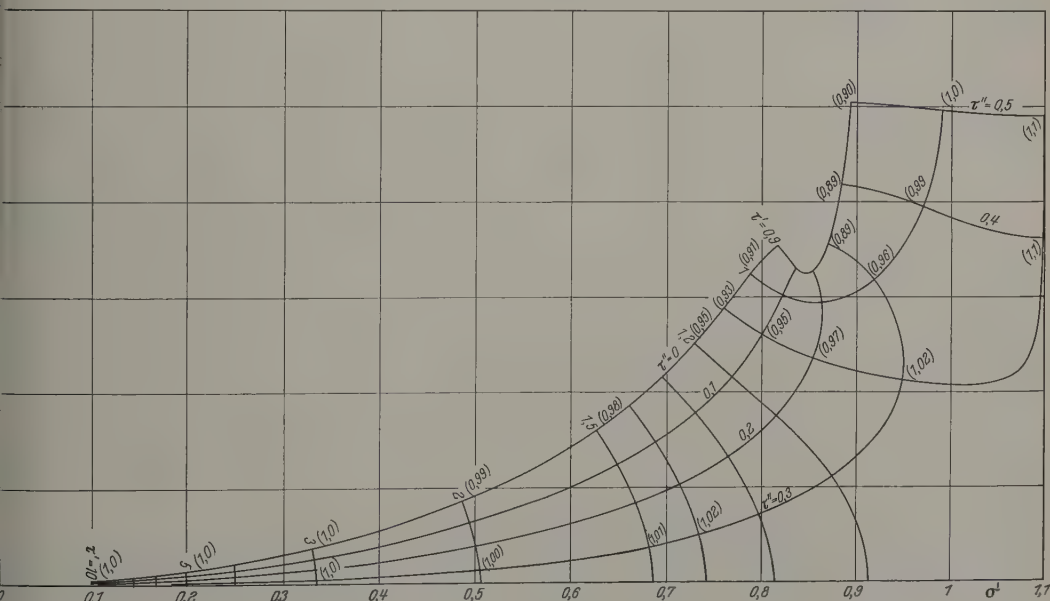


Abb. 4a.  $\sigma$  und  $\tau$  einer verlustbehafteten homogenen Schicht bei Reflexionsfreiheit. 3. Riemannsches Blatt. In runden Klammern:  $d/\lambda$

tellen des  $\tanh$ ) und in Nähe der reellen  $\sigma'$ -Achse die  $\sigma$ -Ebene  $(n+1)$ -fach überdecken, nicht berücksichtigt.

## 6. Theoretische Frequenzbandbreite

### a) Qualitative Betrachtung

Von großem Interesse ist die Frage, wieweit man in den Abb. 2a, 3a und 4a dargestellten Lösungs-

werte  $\sigma$  und  $\tau$  der Gl. (20) variieren kann, ohne daß die Anpassung sehr gestört wird. Da in  $\sigma$  und  $\tau$  die Frequenz direkt und indirekt über die Materialwerte  $\epsilon$  und  $\mu$ , die im allgemeinen frequenzabhängig sind, enthalten ist, ist diese Frage gleichbedeutend mit der Frage nach der Frequenzbandbreite der Absorbanordnung. Dazu müssen die partiellen Ableitungen der Funktion  $F(\sigma, \tau)$  in Gl. (19) gebildet werden. Das ergibt, wenn man anschließend Lösungswerte der



Gl. (20) einsetzt

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = i \frac{\pi}{\sigma} \left( \tau - \sigma + i \frac{1}{2\pi} \right) \quad (32)$$

und

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = i \frac{\pi}{\tau} \left( \tau - \sigma - i \frac{1}{2\pi} \right). \quad (33)$$

und

$$\tau'' = \sigma'' + \frac{1}{2\pi} \quad (40)$$

sein. Bei  $\sigma$ - und  $\tau$ -Werten, die sowohl der Gl. (20) als auch den Gl. (39) und (40) genügen, ist die erlaubte relative Änderung von  $\sigma'$  und  $\sigma''$  sehr groß. Der Fall

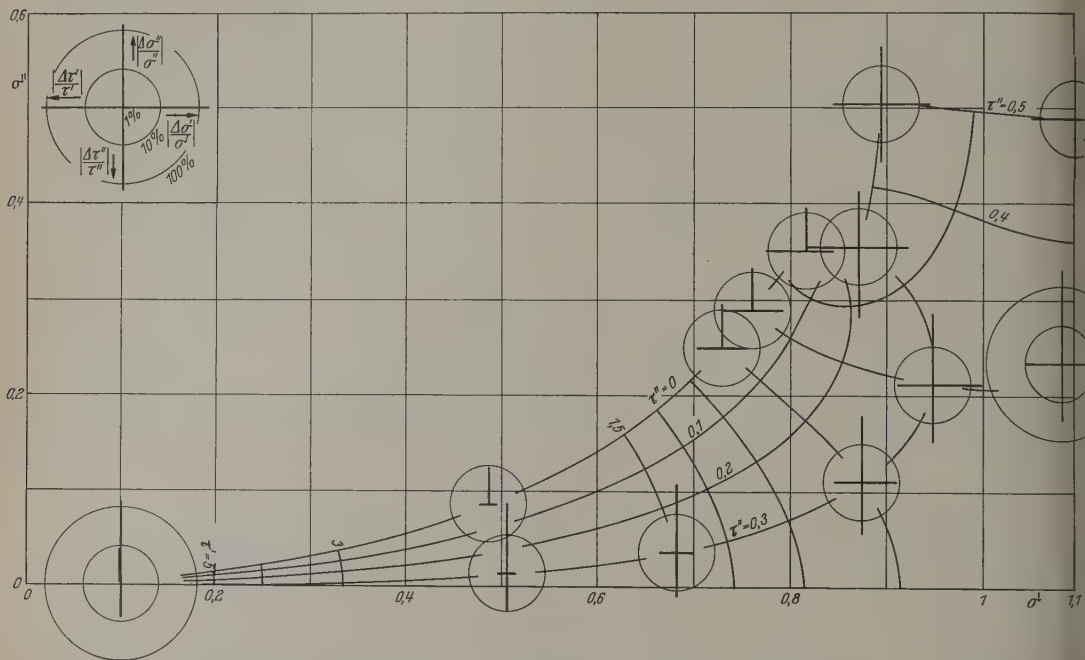


Abb. 4b. Erlaubte relative Änderung von  $\sigma$  und  $\tau$  in Prozent an verschiedenen Lösungspunkten der Abb. 4a, so daß  $|R| \leq 5\%$  bleibt

Die Ausdrücke

$$\left| \frac{\Delta \sigma'}{\sigma'} \right| = \frac{0,05}{\left| \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right| \cdot |\sigma'|}, \quad (34)$$

$$\left| \frac{\Delta \sigma''}{\sigma''} \right| = \frac{0,05}{\left| \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right| \cdot |\sigma''|}, \quad (35)$$

$$\left| \frac{\Delta \tau'}{\tau'} \right| = \frac{0,05}{\left| \frac{\partial F}{\partial \tau} \right| \cdot |\tau'|}, \quad (36)$$

$$\left| \frac{\Delta \tau''}{\tau''} \right| = \frac{0,05}{\left| \frac{\partial F}{\partial \tau} \right| \cdot |\tau''|} \quad (37)$$

geben dann mit guter Näherung die erlaubte relative Änderung von  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$  und  $\tau''$  an, bei der der Reflexionsfaktor noch kleiner als 5% bleibt. Die Gl. (34), (35), (36) und (37) gelten nur für Lösungen der Gl. (20) (Anpassung). Eine große Frequenzbandbreite, tritt auf, wenn diese relativen Änderungen groß werden. Das kann einmal erreicht werden durch sehr kleine Werte von  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$  und  $\tau''$  (Fall kleiner Schichtdicke). Zum anderen können die partiellen Ableitungen von  $F$  sehr klein werden. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden: Wenn

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0 \quad (38)$$

ist, so müssen wegen Gl. (32)

$$\tau' = \sigma' \quad (39)$$

kleiner Schichtdicke (Abschnitt 3) nimmt, wie man erkennt, eine günstige Sonderstellung ein. Da bei ihm auch  $\tau'$  gegen Null geht, sind drei Größen ( $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$ ) breitbandig variierbar. Nur  $\tau''$  ist begrenzt vorgegeben:

$$\tau'' \rightarrow \frac{1}{2\pi} = 0,159 \quad [\text{vgl. Gl. (11)}].$$

Wenn

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \quad (41)$$

ist, so müssen wegen Gl. (33)

$$\sigma' = \tau' \quad (42)$$

und

$$\sigma'' = \tau'' + \frac{1}{2\pi} \quad (43)$$

sein. Bei  $\sigma$ - und  $\tau$ -Werten, die sowohl Gl. (20) als auch den Gl. (42) und (43) genügen, ist die erlaubte relative Änderung von  $\tau'$  und  $\tau''$  sehr groß.

Gl. (40) und (43) können nicht beide zugleich erfüllt sein. Es kann also nur  $\partial F / \partial \sigma = 0$  oder  $\partial F / \partial \tau = 0$  sein, d.h. falls es Lösungswerte  $\sigma$  und  $\tau$  großer Frequenzbandbreite gibt, dann besitzen im günstigsten Fall entweder nur  $\sigma'$  und  $\sigma''$  oder nur  $\tau'$  und  $\tau''$  eine sehr große Frequenzbandbreite. Die einzige Ausnahme ist der für den Fall  $\partial F / \partial \sigma = 0$  angeführte und in Abschnitt 3 auf ganz andere Weise hergeleitete Absorber mit sehr kleiner Schichtdicke, bei dem die drei Größen  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  und  $\tau'$  breitbandig sind.

Tabelle 1. Zusammenstellung der Bereiche aus Abb. 2b, 3b und 4b, in denen die erlaubte relative Änderung von mindestens einem der vier Parameter  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$  und  $\tau''$  größer als 100% ist.  $|R| \leq 5\%$

Bereich	Bedingung für				Erlaubte relative Änderung*				Bemerkung
	$\sigma'$	$\sigma''$	$\tau'$	$\tau''$	$\frac{\Delta\sigma'}{\sigma'}$	$\frac{\Delta\sigma''}{\sigma''}$	$\frac{\Delta\tau'}{\tau'}$	$\frac{\Delta\tau''}{\tau''}$	
Abb. 2b Koordinatennullpunkt	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1/2\pi$	+	+	+	-	Nullstelle des $\tanh$ , $n=0$ , $d/\lambda \rightarrow 0$ $\partial F/\partial \tau \rightarrow 0$
Abb. 2b 1. Verzweigungspunkt	$\approx 0,33$	$\approx 0,27$	$\approx 0,33$	$\approx 0,11$	-	-	+	+	
Abb. 2b längs $\sigma'$ -Achse	beliebig	$\rightarrow 0$	beliebig	beliebig	-	+	-	-	
Abb. 3b längs $\sigma''$ -Achse	$\rightarrow 0$	beliebig	$\rightarrow 0$	beliebig	+	-	+	-	
Abb. 3b Koordinatennullpunkt	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	$0 \leftrightarrow 1/2\pi$	-	+	-	-	Nullstelle des $\tanh$ , $n=1$ , $d/\lambda \rightarrow \frac{1}{2}$ $\partial F/\partial \sigma \rightarrow 0$ $\partial F/\partial \tau \rightarrow 0$
Abb. 3b 1. Sattelpunkt	$\approx 0,59$	$\approx 0,15$	$\approx 0,59$	$\approx 0,31$	+	+	-	-	
Abb. 3b 2. Verzweigungspunkt	$\approx 0,85$	$\approx 0,34$	$\approx 0,85$	$\approx 0,18$	-	-	+	+	
Abb. 3b längs $\sigma'$ -Achse	beliebig	$\rightarrow 0$	beliebig	beliebig	-	+	-	-	
Abb. 4b Koordinatennullpunkt	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow \infty$	$0 \leftrightarrow 1/2\pi$	-	+	-	-	Nullstelle des $\tanh$ , $n=2$ , $d/\lambda \rightarrow 1$ $\partial F/\partial \sigma \rightarrow 0$
Abb. 4b 2. Sattelpunkt	$\approx 1,1$	$\approx 0,15$	$\approx 1,1$	$\approx 0,31$	+	+	-	-	

\* Erlaubte relative Änderung größer als 100%: +; erlaubte relative Änderung kleiner als 100%: -.

Beim ( $\varepsilon=\mu$ )-Absorber ergibt sich für alle vier großen  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$  und  $\tau''$  eine große Frequenzbandbreite (d.h. im Grunde auch nur für zwei Größen,  $\sigma'=\tau'$  und  $\sigma''=\tau''$ ), da wegen Gl. (40) und (43)

$$\frac{1}{2\pi} \ll \sigma'' = \tau'' \quad (44)$$

d.h. die Verluste so groß sind, daß die Welle nicht mehr bis zur Metallplatte vordringt. Denn aus Gl. (44) und (31) folgt

$$1 \ll \alpha d, \quad (45)$$

d.h. Amplitudenabfall bis zum Metall sehr viel größer als 1/e.

#### b) Exakte Berechnung

Die relativen Änderungen gemäß Gl. (34) bis (37), und damit die Frequenzbandbreiten, wurden für die in den Abb. 2a, 3a und 4a aufgezeigten Lösungswerte berechnet und entsprechend in den Abb. 2b, 3b und 4b an einigen Punkten dargestellt. Die relativen Änderungen sind an diesen Punkten durch vier entsprechend eingezeichnete Geraden in Form eines Kreuzes aufgetragen und zwar nach rechts  $|\Delta\sigma'/\sigma'|$ , nach oben  $|\Delta\sigma''/\sigma''|$ , nach links  $|\Delta\tau'/\tau'|$  und nach unten  $|\Delta\tau''/\tau''|$ . Der Maßstab ist logarithmisch. Dem Mittelpunkt entspricht eine relative Änderung von 1%, dem kleinen Kreis eine von 10% und dem großen eine von 100%. Der 100%-Kreis ist nur dort eingezeichnet, wo einer der vier Werte 100% überschreitet. Dadurch sind die Bereiche großer Breitbandigkeit leicht zu erkennen. Sie sind in Tabelle 1 zusammengestellt: a ist der erwähnte Sonderfall bei sehr kleiner Schichtdicke; d und h sind die trivialen Fälle, bei denen die Werte  $\sigma'$ ,  $\sigma''$ ,  $\tau'$  oder  $\tau''$  selbst gegen Null gehen. b und d geht in den ( $\varepsilon=\mu$ )-Absorber über für wachsende Verluste. Bei a, e und i liegen Nullstellen des  $\tanh$  vor (vgl. Abschnitt 5a). Wegen der Produktbildung in Gl. (22) werden  $\sigma'$  und  $\tau'$  dabei äußerst schmalbandig. Die errechneten Werte bestätigen die in den Fallunterscheidungen in Abschnitt 6a gemachten Aussagen.

#### 7. Praktische Frequenzbandbreite

Ist ein bestimmtes Material vorgegeben, so ist nach Hand der Diagramme Abb. 2a, 3a und 4a zu prüfen, ob überhaupt bzw. für welche Schichtdicken  $d$  Reflexionsfreiheit zu erreichen ist. Dabei sind die in Tabelle 1 aufgeführten Bereiche besonders günstig.

Es ist stets zu beachten, daß, wie schon erwähnt, die Frequenz einmal durch den Faktor  $d/\lambda$  und zum anderen über die Frequenzabhängigkeit der Materialwerte  $\varepsilon$  und  $\mu$  in die Größen  $\sigma$  und  $\tau$  eingeht [vgl. Gl. (16) und (17)]. Wird z.B.

$$\sigma', \sigma'', \tau' \text{ bzw. } \tau'' = \text{const.} \quad (46)$$

für einen bestimmten Frequenzbereich verlangt, so ist ein Abfall der Materialwerte  $\varepsilon$  und  $\mu$  umgekehrt mit der Frequenz  $\nu$  in diesem Bereich erforderlich:

$$\varepsilon', \varepsilon'', \mu' \text{ bzw. } \mu'' \sim \frac{1}{\nu}. \quad (47)$$

Im allgemeinen werden  $\sigma$  und  $\tau$  in komplizierter Weise von der Frequenz abhängen.

Das Frequenzverhalten ist besonders einfach beim Absorber sehr dünner Schichtdicke zu übersehen. Die praktische Möglichkeit eines solchen Absorbers wird darum im folgenden Abschnitt gesondert behandelt.

#### 8. Sehr große Frequenzbandbreite bei sehr kleiner Schichtdicke

In den vorigen Abschnitten fiel stets die günstige Sonderstellung der sehr dünnen Schicht auf. Die Bedingungen für die Reflexionsfreiheit stehen in den Gl. (11), (9) und (12). Soll Gl. (11) über einen großen Frequenzbereich erfüllt sein, so muß sich wegen Gl. (46) und (47)  $\mu'' \sim 1/\nu$  verhalten. Gl. (9) fordert die absolute Größenordnung der magnetischen Verluste, Gl. (12) die relative Größenordnung in bezug auf den Betrag von  $\varepsilon$ .

Ferrite eignen sich zum Bau eines solchen Absorbers: Diagramme von Ferriten (VON HIPPEL [11]), in denen der gemessene Verlauf von  $\varepsilon'$ ,  $\varepsilon''$ ,  $\mu'$  und  $\mu''$  mit der Frequenz aufgetragen ist, wurden im Hinblick auf diese Bedingungen durchgemustert. Es zeigt sich, daß Gl. (11) im Anschluß an eine natürliche ferromagnetische Resonanz recht gut über einen weiten Frequenzbereich erfüllt werden kann, da dort oft  $\mu''$  mit  $1/\nu$  abfällt. In der Regel ist auch in diesen Gebieten  $\mu'$  um eine Größenordnung kleiner als  $\mu''$ , fällt ebenfalls mit der Frequenz ab und kann sogar Null werden.  $\varepsilon$  liegt im betrachteten Gebiet meist zwischen 4 und 15. Wegen Gl. (12) muß also  $\mu''$  genügend groß sein.  $\mu''$  besitzt die erforderlichen Werte bei den zur Zeit bekannten Ferriten aber nur im Meter- und Dezimeterwellenbereich. Die Theorie der natürlichen



Tabelle 2. Beispiel für einen Absorber sehr kleiner Schichtdicke und sehr großer Frequenzbandbreite. Material: „Ferramic E“

Gemessen (aus VON HIPPEL [11])					Berechnet mit einer Schichtdicke von $d = 0,833$ cm				
$\nu$	$\mu''$	$\mu'$	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$9 \cdot  \mu' $	$\tau''$	$13 \cdot  \epsilon $	$d/\lambda$	$ R $
$1 \cdot 10^7$ Hz	260	140	15	4,5	1260	0,072	208 $\Delta$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	40,4%
1,5	250	100	14,5	3,6	900	0,104	194 $\Delta$	4,16	25,5
2	240	70	14,5	3,0	630	0,133	192 $\Delta$	5,55	15,1
3	175	43	14,5	2,4	387	0,146 *	191	8,33	11,2
4	145	25	14	1,9	225	0,161 *	183	$1,11 \cdot 10^{-3}$	7,0
6	100	11,5	14	1,5	104	0,167 *	183	1,67	4,1
8	75	5,7	13,5	1,25	51 $\circ$	0,167 *	176	2,22	2,3
$1 \cdot 10^8$	61	3,6	13,5	1,15	32 $\circ$	0,170 *	176	2,78	3,2
1,5	40	1,6	13,5	0,9	14 $\circ$	0,167 *	176	4,16	4,5
2	31	1,0	13,5	0,76	9,0 $\circ$	0,172 *	176	5,55	7,3
3	20	0,6	13	0,58	5,4 $\circ$	0,167 *	169	8,33	10,0
4	14,5	0,21	13	0,45	1,9 $\circ$	0,161 *	169	$1,11 \cdot 10^{-2}$	14,1
6	9	-0,03	13	0,3	0,27 $\circ$	0,150 *	169	1,67	21,5
8	6,5	-0,2	12,5	0,2	1,8 $\circ$	0,145 *	163	2,22	27,8
$1 \cdot 10^9$	5,1	-0,28	12,5	0,13	2,5 $\circ$	0,142 *	163	2,78	33,9

\* Gl. (11) erfüllt;  $\circ$  Gl. (9) erfüllt;  $\Delta$  Gl. (12) erfüllt.

ferromagnetischen Resonanz verlangt einen Abfall des maximalen  $\mu''$  im Maximum der ferromagnetischen Resonanz umgekehrt proportional mit der Resonanzfrequenz (PARK [12]). Ein großes  $\mu''$  gemäß Gl. (12) ist also im Zentimeterwellengebiet wohl kaum zu erwarten. Die magnetische Resonanz kann natürlich mit einem äußeren Magnetfeld nach hohen Frequenzen

Reflexionsfaktor kleiner als 5% im Frequenzbereich  $5 \cdot 10^7$  bis  $1,5 \cdot 10^8$  Hz und ein Reflexionsfaktor kleiner als 10% im Bereich von  $3 \cdot 10^7$  bis  $3 \cdot 10^8$  Hz

### Zusammenfassung

Die Anordnung einer homogenen verlustbehafteten Materialschicht vor einer ebenen Metallfläche bei senkrechtem Einfall elektromagnetischer Wellen wurde für den Fall der Reflexionsfreiheit exakt berechnet. Alle Wellenlängen, Schichtdicken und Materialwerte ( $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$ ,  $\mu'$  und  $\mu''$ ), deren Kombination Reflexionsfreiheit ergibt, sind in Diagrammen im gesamten Bereich, der physikalisch von Interesse ist, dargestellt. Auch die Wellenlänge im Material und die Frequenzbandbreite sind in diesen Diagrammen eingetragen. Die Diagramme ermöglichen also die Auswahl und optimale Dimensionierung aller Absorberparameter.

Die Diskussion der Frequenzbandbreite zeigt, daß der Absorber mit sehr kleiner Schichtdicke die größte zu erreichende Frequenzbandbreite besitzt. Dabei müssen die Schichtdicke und die Dielektrizitätskonstante so klein sein,

daß kein nennenswerter Einfluß auf die elektrische Feldstärke entsteht. Die magnetischen Verluste müssen dagegen sehr groß sein, damit die magnetische Feldstärke in der Schicht zusammenbricht. Dieser Fall läßt sich mit Ferriten realisieren. Als Beispiel wird ein Ferrit angegeben, dessen Anordnung bei einer Schichtdicke von 0,833 cm einen Reflexionsfaktor kleiner als 10% im Frequenzbereich von  $3 \cdot 10^7$  bis  $3 \cdot 10^8$  Hz ergibt.

Die Arbeit wurde ermöglicht und durchgeführt unter Contract No. AF 61(052)-154, Air Research and Development Command, European Office, Brüssel. Herrn Professor Dr. Dr. E. h. E. MEYER danke ich für wertvolle Ratschläge und Anregungen. Ebenso sage ich Herrn Dr. R. PORTEL Dank für zahlreiche Diskussionen. Herr Dr. O. WEIS stellte mir dankenswerterweise ein Unterprogramm für das Rechnen im Komplexen an der Rechenanlage zur Verfügung.

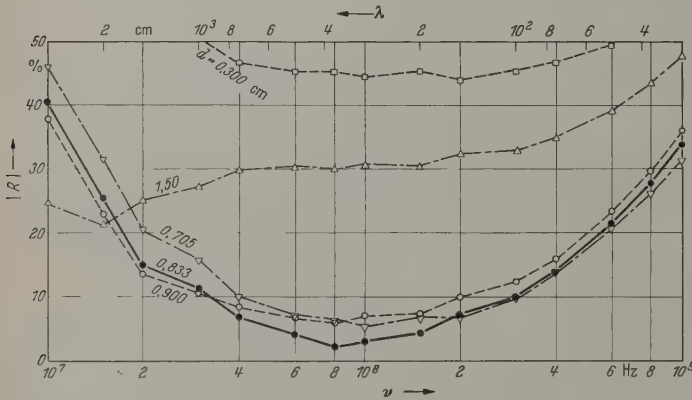


Abb. 5. Reflexionsfaktor  $|R|$  einer Ferritschicht als Funktion der Frequenz  $\nu$  für verschiedene Schichtdicken  $d$ . Material: Ferramic E. Punkte gerechnet nach gemessenen Werten von  $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$ ,  $\mu'$  und  $\mu''$

hin verschoben werden. Aber sicher werden dann die Resonanzkurven sehr schmal, und ein Abfall von  $\mu''$  mit  $1/\nu$  tritt eventuell nicht mehr auf.

Die Tabelle 2 veranschaulicht die Anwendung eines Absorbers sehr kleiner Schichtdicke im Meterwellenbereich. Als Ferrit wurde „Ferramic E“ der General Ceramics Comp. gewählt. In den Spalten 2–4 stehen seine gemessenen Materialwerte nach den Diagrammen von VON HIPPEL [11]. Als günstige Schichtdicke wurde  $d = 0,833$  cm ermittelt. Der Reflexionsfaktor (letzte Spalte) wurde aus diesen Meßpunkten bei der angegebenen Schichtdicke nach Gl. (1) und (2) exakt berechnet. Er ist in Abb. 5 zusätzlich graphisch über der Frequenz für verschiedene Schichtdicken aufgetragen. Die Bedingungen in Gl. (11), (9) und (12) sind nicht überall gleichzeitig erfüllt. Bedingung Gl. (12) wird nur für drei Werte erreicht. Die Abweichungen liegen jedoch zum Teil dicht oberhalb der angegebenen Schranken. Trotzdem resultiert ein

**Literatur:** [1] MEYER, E., u. R. POTTEL: In: Fortschritte Hochfrequenztechnik, Bd. 5, S. 1–72. Frankfurt/Main: Akademische Verlagsgesellschaft 1960. — [2] DÄLLENBACH, W., u. W. KLEINSTEUBER: Hochfrequenztechn. 51, 152 (1938). — [3] SCHMITT, H. J., u. W. FUTTERMENGER: Z. angew. Phys. 10, 10 (1958). — [4] WIEKHORST, F.: Z. angew. Phys. 10, 173 (1958). — [5] SCHMITT, H. J.: Z. angew. Phys. 11, 335 (1959). — [6] DEUTSCH, J., u. P. THUST: Z. angew. Phys. 11, 453 (1959). — [7] HADDENHORST, H. G.: Z. angew. Phys. 8, 264 (1956). —

[8] MEYER, E., u. H. SEVERIN: Z. angew. Phys. 8, 105 (1956). — [9] WALTHER, K.: Z. angew. Phys. 10, 285 (1958). — [10] POTTEL, R.: Z. angew. Phys. 11, 46 (1959). — [11] HIPPEL, A. v.: Tables of Dielectric Materials, Vol. V, Technical Report 119, MIT, Cambridge 1957. — [12] PARK, D.: Phys. Rev. 97, 60 (1955).

Dr. HANS-WILHELM HELBERG,  
III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

## Versuche zur Beugung von Mikrowellen an Flächengittern

Von EVA-MARIA AMRHEIN und ADOLF DIETZEL

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. Januar 1961)

Es wurde versucht, im Mikrowellengebiet an Beugungsbildern zweidimensionaler Kugelgitter den Einfluß kleiner Unordnungen auf das Beugungsbild zu verfolgen. Eine Analogie zur Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen ist vor allem wegen des geringen Strahldurchmessers nicht möglich. Die einfache Beugungstheorie von Flächengittern läßt sich aber mit der gebauten Apparatur gut demonstrieren.

### Versuchsanordnung

Abb. 1 zeigt schematisch den Aufbau der Versuchsanordnung. Als Sender dient ein Klystron QK 291 mit 8,6 mm Wellenlänge. Der Strahl wird durch einen Hornstrahler mit eingebauter Sammellinse gebündelt. In bis zu 3 m entfernt steht das Beugungsgitter. Empfangsantenne und Anzeigeverstärker sind auf einem Wagen montiert, der die Feldverteilung um das Modell abtastet. Der Wagen fährt auf einer kreisförmigen Schiene, die einem Abstand von 3 oder 5 m abtastet. Der Antrieb des Motors ist in der Kreismitte drehbar auf einer Achse gelagert. Vom gleichen Motor wird der Papieranschub eines Gleichstromschreibers angetrieben, so daß die empfangene Intensität abhängig vom Beugungswinkel registriert wird. Die Gitter sind in einem Holzring befestigt, der mittels eines Reibradantriebs in die Strahlrichtung als Achse rotieren kann. Seine Drehgeschwindigkeit ist dann groß gegenüber der Laufgeschwindigkeit des abtastenden Empfängers.

Als künstliches Dielektrikum für die Sammellinse wurde ein phasenbeschleunigend wirkendes Medium aus parallelen Metallplatten benutzt [1]. Die Linse wurde der mechanischen Stabilität wegen als Stufenlinse ausgeführt. Sie hat einen Brechungsindex von 1,63 und eine Öffnung von  $32,4 \times 32,4 \text{ cm}^2$ . Das Strahlungsdiagramm ist in Abb. 2 dargestellt, daneben zum Vergleich das Diagramm des die Linse haltenden Hornstrahlers allein. Die Halbwertsbreite des Hauptstrahls beträgt etwa 9 cm; die Divergenz, gemessen aus Linsendiagrammen in verschiedenen Entfernungen von der Linsenöffnung, ist kleiner als 1 Grad.

Als Empfangsantenne dient ein Trichter mit anschließendem Detektormesskopf. Mit Ausnahme des Hauptmaximums liegen alle gemessenen Intensitäten unter  $10^{-5} \text{ W}$ , d.h. im quadratischen Bereich der Iodienkennlinie. Der verwendete Verstärker arbeitet ebenfalls auf der Modulationsfrequenz des Klystrons.

Die Versuche wurden in einem Saal von  $9 \times 16 \times 6 \text{ m}^3$  durchgeführt. Störreflexionen von den Wänden

machten sich nicht mehr bemerkbar. Die Ausbildung stehender Wellen zwischen Beugungsanordnung und Empfänger hatte keinen Einfluß, da in konstantem

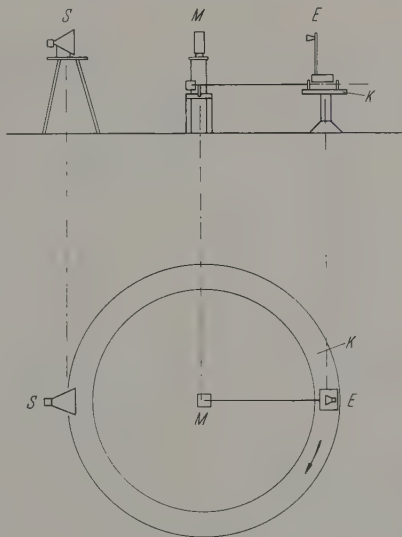


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung. S Sender, M Modellgitter, E Empfänger, K Kreisbahn, auf der das Feld abgetastet wird

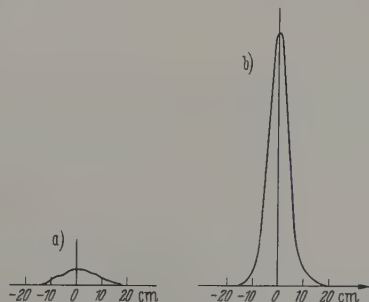


Abb. 2a u. b. Schnitt durch die räumliche Verteilung der Strahlungsleistung in etwa 300 cm Abstand von der Antennenöffnung. a) Hornstrahler allein; b) Hornstrahler mit eingesetzter Linse. Der Ordinatenmaßstab von Bild b ist gegenüber Bild a um das zehnfache verkleinert

Abstand gemessen wurde. In manchen Winkelbereichen ergab sich eine störende Überlagerung von Nebenmaxima der Sendelinse mit Interferenzen höherer Ordnung vom Gittermodell. Dann traten sehr eng



liegende Youngsche Interferenzen auf, die eine Feinstruktur der eigentlichen Reflexe ergaben. Man konnte sie experimentell durch Blenden zwischen Sendelinse und Gittermodell vermeiden.

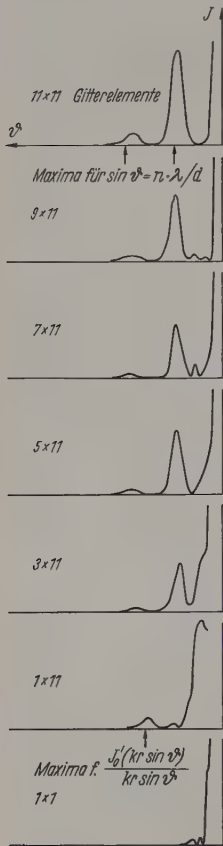


Abb. 3. Interferenzbild eines Kreuzgitters bei abnehmen der Zahl der Gittergeraden.

Anordnungsfaktor:

$$A = \frac{\sin(Nkr \sin \theta)}{\sin(kr \sin \theta)},$$

Formfaktor:

$$F = \frac{J_0'(kr \sin \theta)}{kr \sin \theta}.$$

$J_0$  = Bessel-Funktion in 0. Ordnung,  $k = 2\pi/\lambda$  Wellenzahl,  $r$  = Kreisscheibenradius,  $\pi d = 2r$  = Gitterkonstante,  $N$  = Zahl der Gitterbausteine,  $I$  = Intensität,  $\theta$  = Beugungswinkel. Das Hauptmaximum ist bei dem verwendeten Maßstab nur noch anzudeuten

### Meßbeispiele

Mit der beschriebenen Anordnung wurden Beugungsbilder von Lochblenden und einfachen zweidimensionalen Gittern ausgemessen. Die Gitterbausteine waren Tischtennisbälle, die in Aluminiumbronze getaucht waren, ferner Kreisscheiben,  $\lambda/2$ -Dipole und 8mm-Kugellagerkugeln. Das Streuvermögen der einzelnen Elemente nimmt in der obigen Reihenfolge ab.

Die Primärintensität in der Gitterebene entspricht dem in Abb. 2 gezeigten Linsendiagramm. Man kann sie gut approximieren durch den Ansatz  $I \sim \exp(-y^2/b^2)$  ( $I$  = Intensität,  $y$  = Abstand von der Strahlachse in

der Äquatorebene,  $b$  = Konstante, die ein Maß für die Strahlbreite ist). Wenn man diesen Ansatz für die Lichterregung in der Gitterebene verwendet, stimmen die berechneten und gemessenen Beugungsbilder des

Flächengitters gut überein. Die Lage der Beugungsmaxima ist (illegale wie bei einem gleichförmig ausgeleuchteten Gitter; die Schärfe der Reflexe hängt vom Verhältnis Strahlbreite zu Gitterkonstante ab).

Durch die geringe Strahlbreite ist die Anzahl wirksamer Streuzentren begrenzt. Um zu sehen, welche Gitterflächen noch einen Beitrag zum Beugungsbild liefern, wurde das Diagramm eines Kreuzgitters aus Kreisscheiben bei stufenweisem Abbau der Gittergeraden von  $11 \times 11$  auf  $1 \times 11$  Gitterbausteine aufgenommen. Die Gittergeraden lagen senkrecht zur „Äquatorebene“, in der die Intensität abgetastet wurde. Ein Teil der Diagramme ist in Abb. 3 zusammengefaßt. Die

Interferenzlinien, die bei großer Zahl der Gitterelemente allein durch die Anordnungs- oder „Struktur“-faktor bedingt sind, wandern bei Abnahme der streuenden Elemente in die Richtung, in der der Formfaktor, das Beugungsbild des einzelnen Gitterbausteins, wächst. Bei  $1 \times 11$  Elementen stellt das Bild nur noch den Formfaktor dar. Die abnehmende Zahl der Gittergeraden macht sich vom  $7 \times 11$ -Gitter an bemerkbar, d.h. bei einer Gitterbreite von

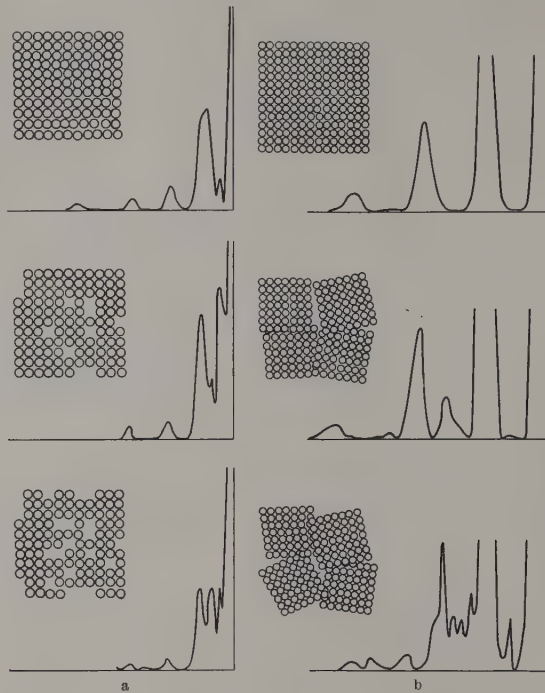


Abb. 4a u. b. Gestörte Kreuzgitter (skizziert) und ihre Beugungsdiagramme

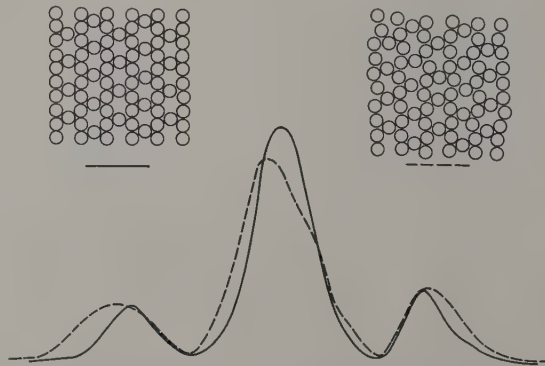


Abb. 5. Beugungsdiagramm (0. und 1. Interferenzordnung) von Sechsering-Gittern. a) Regelmäßiges Gitter; b) verzerrtes Gitter. Die Gitter wurden während der Aufnahme um die Strahlrichtung als Achse gedreht

etwa 30 cm, entsprechend etwa 35 Wellenlängen. Hier liegt für Modellaufnahmen die Grenze der Versuchsanordnung. Gitter mit Ordnungsbereichen in dieser Größenordnung, Mosaik oder ähnliches, lassen sich nicht mehr demonstrieren. Für eine Verbreiterung des Strahls wären neue Linsen und größere Strahlungsleistungen notwendig.

Dagegen lassen sich einzelne Fehlstellen und ihr Einfluß auf das Beugungsbild demonstrieren. Abb. 6 zeigt das Beugungsbild eines Kreuzgitters bei zunehmender Zahl von Leerstellen und das Bild eines „verwackelten“ Gitters. Die Variation der Bausteinanzahl

Abb. 4a beeinflußt nur die Form der Maxima (Halbwertsbreite des Beugungswinkels  $\Delta\theta = \lambda/Nd \cos\theta$  mit  $N$  = Bausteinzahl,  $d$  = Gitterkonstante,  $\lambda$  = Wellenlänge); die Variation der Gitterabstände ändert Breite und Lage ( $n$ -tes Maximum bei  $\sin\theta_n = n \cdot \lambda/d$ ) der Maxima. In Abb. 4b sind die einzelnen Reflexe verzerrt und aufgespalten. Um eine Mittelung über diese Effekte zu bekommen, wurden bei weiteren Aufnahmen die Beugungsgitter um die Strahlrichtung als Ganzes gedreht. Ein Ergebnis zeigt Abb. 5 für ein Gitter aus Sechseringen. Die Unordnung im zweiten Gitter bewirkt eine Verbreiterung der Linien.

### Zusammenfassung

Es wird eine Versuchsanordnung zur Aufnahme von Beugungsbildern von 8 mm-Wellen an einfachen Gittern beschrieben. Mit der Anordnung läßt sich z. B. der Einfluß von Leerstellen oder Verwacklungen in zweidimensionalen Gittern auf das Beugungsbild zeigen.

**Literatur:** [1] KOCK, W. E.: Proc. Inst. Radio Engrs., N.Y. **34**, 828 (1946).

Professor Dr. Ing. A. DIETZEL,  
und Dipl.-Phys. E. AMBREIN,

MPI für Silikatforschung, Würzburg, Neunerplatz 2

## Die Temperaturabhängigkeit der Anfangspermeabilität bei hochpermeablen Mangan-Zink-Ferriten

Von ERICH RÖSS und ERICH MOSER

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 26. November 1960)

### Allgemeines

Mangan-Zink-Ferrite werden in ständig steigendem Maße auf vielen Gebieten des Nachrichtenwesens eingesetzt. Man verwendet sie unter anderem als Kernwerkstoff für hochwertige Filterspulen der Trägerfrequenz-Fernsprechtechnik, für Pupin-Spulen, für Menablenktransformatoren in Fernsehgeräten und Antennenstäbe. Sie haben eine für Ferrite relativ hohe Sättigung und im allgemeinen kleine Verluste. Die Anfangspermeabilität kann je nach Herstellungsmethode Werte von unter 100 bis über 5000 annehmen. Besonders im Zuge der Miniaturisierung wurde und wird Wert darauf gelegt, die Verluste ständig weiter zu verringern und immer höhere Anfangspermeabilitäten zu erreichen. Die Verlusteigenschaften konnten in neuerer Zeit dadurch günstig beeinflussen, daß gelang, Ferrite mit Perminvar- und Ferrite mit Permalloy-Charakter herzustellen [1], [2]. Mangan-Zink-Ferrite mit isopermartiger Hystereseschleife haben dabei nicht nur kleine Verluste, sondern auch eine sehr hohe Anfangspermeabilität. Werte bis etwa 100, wie man sie bei ihnen erreicht, waren bisher bei Mangan-Zink-Ferriten noch nicht bekannt. So hohe Anfangspermeabilitäten erhält man jedoch nur unter besonderen Herstellungsbedingungen bei bestimmten Verhältnissen der einzelnen Komponenten des Ferrits zueinander. Der Zusammenhang von Anfangspermeabilität und Zusammensetzung ist dabei recht verwickelt und wurde bislang im System  $MnO-ZnO-Fe_2O_3$  auch in Teilgebieten nur unvollständig dargestellt. Deshalb wurden von uns in dem Bereich, in dem nach bisherigen Erfahrungen die für die Anwendung wichtigsten hochpermeablen Mangan-Zink-Ferrite zu finden sind, die Anfangspermeabilität und ihr Temperaturverhalten genauer untersucht und durch die dabei gewonnenen Ergebnisse eine weitere Steigerung der Anfangspermeabilität ermöglicht.

Curie-Temperatur. Zahlreiche Mangan-Zink-Ferrite zeigen demgegenüber ein anomales Verhalten [3], [4], [5]. Bei ihnen treten neben dem „Curie-Maximum“ ein oder sogar zwei weitere Maxima bei tieferen Temperaturen auf (s. Abb. 2, 3, 4 und 9). Es ist noch nicht geklärt, welche besonderen Eigenschaften dieser Ferrite die sekundären Maxima verursachen. Ein möglicher Zusammenhang mit der Magnetostraktion und der Kristallanisotropie wird in einem späteren Abschnitt erörtert. Der geschilderte Verlauf der Permeabilitäts-Temperatur-Kurven bietet die Möglichkeit, auf zwei verschiedene Arten besonders hohe Anfangspermeabilitäten (bei Zimmertemperatur) zu erhalten. Erstens kann man das Curie-Maximum in die Nähe der Zimmertemperatur legen, indem man die Curie-Temperatur erniedrigt; zweitens erreicht man eine hohe Anfangspermeabilität, unabhängig von der Curie-Temperatur, wenn bei Zimmertemperatur ein sekundäres Maximum auftritt. Sowohl die Curie-Temperatur als auch die Temperaturlage eines eventuell vorhandenen sekundären Maximums hängen hauptsächlich von der Zusammensetzung des Ferrits ab, während die Permeabilität in den Maxima vorwiegend von den Herstellungsbedingungen — das sind vor allem die Ausgangsrohstoffe, die Sinter-temperatur und -dauer sowie die Sinter- und Abkühl-atmosphäre — bestimmt wird. LESCROEL konnte zwar bei zinkfreien Mangan-Ferriten mit etwa 50 bis 60 Mol.-%  $Fe_2O_3$  die Abhängigkeit des sekundären Maximums vom Eisengehalt darstellen [4], doch genügen die bisher veröffentlichten Werte von Mangan-Zink-Ferriten [3], [5] nicht, um die hier wesentlich verwickelteren Verhältnisse in einem größeren Zusammensetzungsbereich zu überblicken.

### Das Gebiet der hochpermeablen Mangan-Zink-Ferrite

Technisch brauchbare hochpermeable Mangan-Zink-Ferrite findet man etwa in dem in Abb. 1 schraffierten Gebiet, das folgende Grenzen hat:

$$50,5 \leq X \leq 55,5$$

$$16,5 \leq Y \leq 35,5$$

$$14 \leq Z \leq 28$$

### Der Temperaturverlauf der Anfangspermeabilität

Wie bei anderen ferromagnetischen Stoffen nimmt die Anfangspermeabilität der Ferrite im allgemeinen monoton zu mit der Temperatur, erreicht ein Maximum und fällt dann steil ab auf einen Wert nahe 1 bei der



(X, Y, Z = Anteile an  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , bzw.  $\text{MnO}$ , bzw.  $\text{ZnO}$  in Mol-% Einwaage). Bei kleinerem Eisengehalt sind die Verluste unbrauchbar hoch, bei höherem Eisen- und bei kleinerem Zinkgehalt wird die Anfangspermeabili-

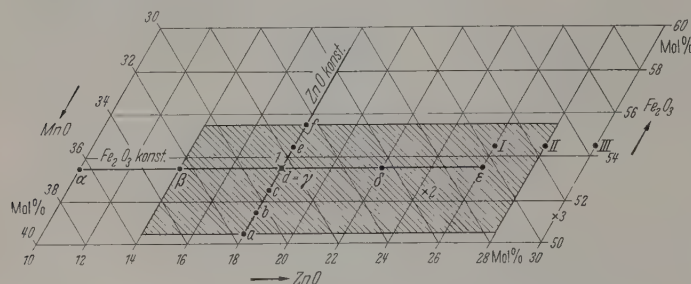


Abb. 1. Ausschnitt aus dem System  $\text{MnO}-\text{ZnO}-\text{Fe}_2\text{O}_3$

tät zu gering, und bei über obige Grenze hinausgehendem Zinkgehalt wird die Curie-Temperatur zu niedrig. In diesem Gebiet wurden von uns Kerne der

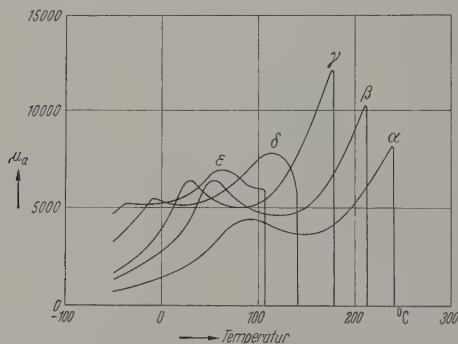


Abb. 2. Abhängigkeit der Anfangspermeabilität von der Temperatur und der Zusammensetzung.  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -Anteil konstant = 53,5 Mol-%.  $\alpha$  10 Mol-%  $\text{ZnO}$ ;  $\beta$  14 Mol-%  $\text{ZnO}$ ;  $\gamma$  18 Mol-%  $\text{ZnO}$ ;  $\delta$  22 Mol-%  $\text{ZnO}$ ;  $\epsilon$  26 Mol-%  $\text{ZnO}$

Zusammensetzungen  $X = 50,5 + n$ ;  $Y = 35,5 - (n + 2m)$ ;  $Z = 14 + 2m$  (mit  $n = 0$  bis 5 und  $m = 0$  bis 7) hergestellt und an diesen die Permeabilitäts-Temperatur-

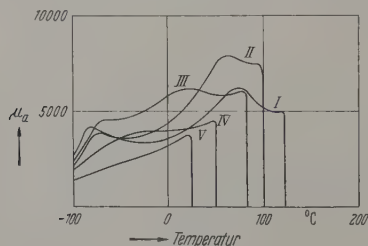


Abb. 3. Abhängigkeit der Anfangspermeabilität von der Temperatur und der Zusammensetzung.  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -Anteil konstant = 54,5 Mol-%. I 26 Mol-%  $\text{ZnO}$ ; II 28 Mol-%  $\text{ZnO}$ ; III 30 Mol-%  $\text{ZnO}$ ; IV 32 Mol-%  $\text{ZnO}$ ; V 34 Mol-%  $\text{ZnO}$

Kurven gemessen. Wo es sich als zweckmäßig erwies, wurden auch außerhalb dieses Bereichs liegende einzelne Punkte zur Ergänzung herangezogen. Um die Einflüsse der Herstellungsmethode auszuschalten, stellten wir alle Kerne aus den gleichen reinen Rohstoffen her und sinterten sie gleichartig, so daß sich im allgemeinen möglichst hohe Anfangspermeabilitäten ergaben.

### Beispiele von Permeabilitäts-Temperatur-Kurven

Bei konstantem Eisengehalt von 53,5 Mol-% (Punkte  $\alpha$  bis  $\epsilon$  in Abb. 1) wird die Curie-Temperatur verringert, wenn man den Zink-Anteil erhöht (Abb. 2).

Gleichzeitig wandert auch das sekundäre Maximum zu tieferen Temperaturen. Im gesamten schraffierten Gebiet der Abb. 1 beobachtet man grundsätzlich ein ähnliches Verhalten. Bei kleinerem Eisengehalt sind aber die sekundären Maxima schwächer ausgeprägt, bei höheren Eisengehalt sind die Permeabilitäten niedriger. Außerhalb dieses Gebietes ändern sich allerdings die Verhältnisse (Abb. 3). Erhöht man nämlich den Zinkgehalt weiter, so kehrt das sekundäre Maximum um und wandert von seinem tiefsten Punkt (etwa  $-85^\circ\text{C}$  bei 26 Mol-%  $\text{ZnO}$ ) wieder zu höheren Temperaturen<sup>1</sup>. Das ursprüngliche Curie-Maximum wandert währenddessen von der Curie-Temperatur weg. Dort bildet sich ein drittes Maximum aus (Kurven I, II und III, Abb. 3)<sup>2</sup>. Schließlich laufen die beiden unteren Maxima zusammen (Kurve IV) und verschwinden (Kurve V).

Hält man den Zinkgehalt konstant (18 Mol-%) und ändert den Eisenanteil (Punkte  $a$  bis  $f$  in Abb. 1), so ergibt sich ein etwas anderes Bild (Abb. 4). Mit zunehmendem Eisengehalt erhöht sich die Curie-Temperatur. Das sekundäre Maximum, das bei niedrigerem Eisengehalt überhaupt nicht oder nur schwach ausgebildet ist (Kurven  $a$ ,  $b$ ), wandert schnell zu tieferen Temperaturen ab<sup>3</sup>. Die Permeabilität erreicht mit  $\mu_a = 13500$  nahe der Curie-Temperatur des Kernes mit 51,5 Mol-%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ein absolutes Maximum. Wenn man den  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -Gehalt über 55,5 Mol-% hinaus erhöht, findet man ähnliche Verhältnisse wie bei sehr hoher Zinkgehalt. Das sekundäre Maximum kehrt auch hier bei  $-80^\circ$  bis  $-90^\circ\text{C}$  um, so daß dies etwa die tiefsten Temperaturen sind, bei denen noch Maxima der Permeabilität auftreten.

### Die Curie-Temperatur

Wie oben gezeigt wurde und auch schon aus früheren Veröffentlichungen bekannt ist (siehe z. B. [3], [4]), erhöht sich die Curie-Temperatur mit zunehmendem Eisengehalt und verringert sich mit zunehmendem Zinkanteil. Im einen Fall nähert sich nämlich das Ferrit dem Magnetit  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  mit seiner hohen Curie-Temperatur von  $575^\circ\text{C}$ . Im anderen Fall wird die magnetische Kopplung und damit die Curie-Temperatur durch die steigende Menge an unmagnetischer Zink-Ferrit verringert [6]. Aus den Abb. 2 und 4 ist zu entnehmen, daß bei steigendem  $\text{ZnO}$ - bzw.  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -Anteil die Curie-Temperatur im Mittel um  $8,4^\circ/\text{Mol.-%}$   $\text{ZnO}$  abnimmt und daß sie sich um  $12,6^\circ/\text{Mol.-%}$   $\text{Fe}_2\text{O}_3$  erhöht. Diese Zahlen verhalten sich wie  $-2:3$ . In Abb. 5 sind daher die Curie-Temperaturen aller untersuchten Zusammensetzungen aus dem in Abb. 1 schraffierten Gebiet über  $X - 2/3Z$  aufgetragen. Di-

<sup>1</sup> Der  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ -Anteil ist mit 54,5 Mol-% um 1 Mol-% höher als in Abb. 2.

<sup>2</sup> Siehe auch Kurven  $\delta$  und  $\epsilon$  in Abb. 2.

<sup>3</sup> In Abb. 2 unterscheiden sich benachbarte Kerne jeweils um 4 Mol-%  $\text{ZnO}$ , in Abb. 4 aber nur um 1 Mol-%  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

Abhängigkeit der Curie-Temperatur ( $T_c$ ) von der Zusammensetzung ist weitgehend linear und genügt der Gleichung:

$$T_c = 12,8 (X - \frac{2}{3}Z) - 354 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Daraus erhält man die Curie-Temperatur mit einer maximalen Abweichung von  $\pm 10^\circ$ .

Im Mischungsdiagramm lassen sich die Linien gleicher Curie-Temperatur demnach durch eine Schar äquidistanter paralleler Geraden darstellen (Abb. 6). Auch außerhalb des untersuchten Gebietes gilt dieser Zusammenhang näherungsweise.

Das sekundäre Maximum

Im Gegensatz zur Curie-Temperatur zeigt das sekundäre Maximum keine so einfache Temperaturabhängigkeit (Abb. 7). Die Kurven gleicher Tempe-

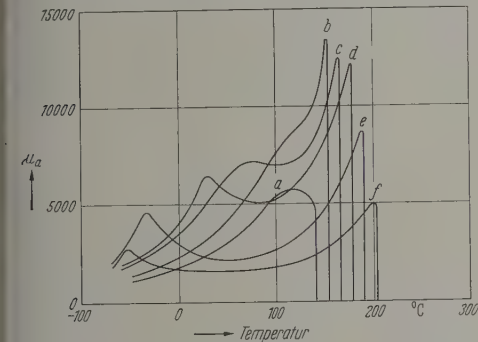


Abb. 4. Abhängigkeit der Anfangspermeabilität von der Temperatur und Zusammensetzung. ZnO-Anteil konstant = 18 Mol-%. a 50,5 Mol-% Fe₂O₃; b 51,5 Mol-% Fe₂O₃; c 52,5 Mol-% Fe₂O₃; d 53,5 Mol-% Fe₂O₃; e 54,5 Mol-% Fe₂O₃; f 55,5 Mol-% Fe₂O₃.

peraturlage sind zwar ebenfalls Geraden, doch sind diese weder parallel noch äquidistant. Unterhalb der gerichelten Linie in Abb. 7 treten keine ausgeprägten Maxima auf (vgl. Abb. 4). Eine Extrapolation auf Gebiete außerhalb des dargestellten Bereichs kann nur ungefähr richtige Ergebnisse liefern, da dort, wie an einzelnen Punkten festgestellt wurde, die Kurven mehr der weniger gekrümmt sind. Weitere Schwierigkeiten, besonders beim Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren, entstehen dadurch, daß die Lage des sekundären Maximums etwas stärker von der Herstellungsmethode abhängt als die Curie-Temperatur und daß bei breiten Maxima eine genaue Temperaturangabe oft unmöglich ist. Trotzdem passen die Werte, die man den von GUILLAUD [3] und HEISTER [5] angegebenen Kurven entnehmen kann, recht gut in unsere Systematik.

Wie bereits erwähnt, ist die Ursache für das Auftreten der anomalen Maxima noch ungeklärt. Eine Zweiphasigkeit besteht bei den hier vorliegenden Ferriten nicht. Die Desakkommodation, die nach SNZ [7] als Ursache in Frage käme, könnte zwar bei einigen der untersuchten Ferrite die Form und genauere Temperaturlage der Maxima etwas beeinflussen, aber nicht die ausschließliche Ursache sein. Da viele Kerne mit ausgeprägtem Maximum nur sehr geringe Desakkommodation zeigen. Eine besonders hohe Anfangspermeabilität ist zu erwarten, wenn die Magnetostriktion oder die Kristallanisotropie sehr klein werden. Nach SMIT und WJN [8] erhält man

bei Messungen der Magnetostriktion in Abhängigkeit von der Zusammensetzung gerade dort einen Nulldurchgang, wo ein anomales Maximum auftritt<sup>1</sup>. Entgegengesetzte Ergebnisse fand allerdings VERSCHOOR [9]. Für die Kristallanisotropie liegen ebenfalls noch keine ausreichenden Messungen vor. In einer neueren Ver-

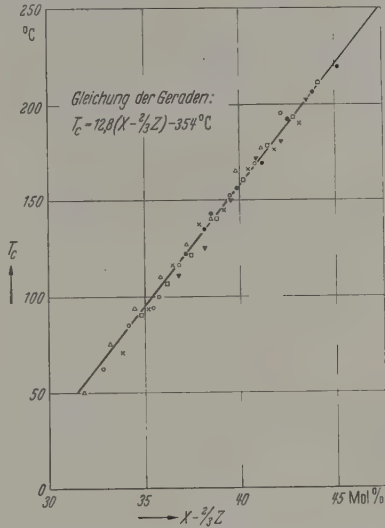


Abb. 5. Abhängigkeit der Curie-Temperatur von der Zusammensetzung  $X$  Mol-% Fe₂O₃,  $Z$  Mol-% ZnO.  $\Delta$  50,5 Mol-% Fe₂O₃;  $\circ$  51,5 Mol-% Fe₂O₃;  $\times$  52,5 Mol-% Fe₂O₃;  $\square$  53,5 Mol-% Fe₂O₃;  $\bullet$  54,5 Mol-% Fe₂O₃;  $\blacktriangledown$  55,5 Mol-% Fe₂O₃.

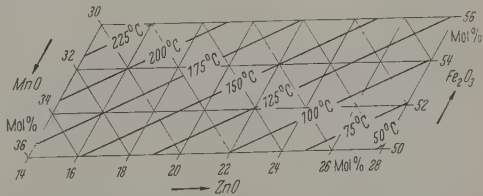


Abb. 6. Linien konstanter Curie-Temperatur im System MnO—ZnO—Fe₂O₃.

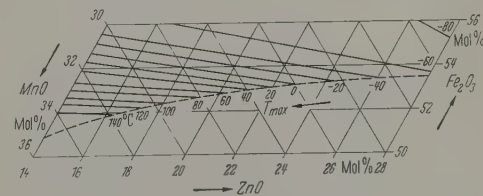


Abb. 7. Die Temperaturlage des sekundären Permeabilitätsmaximums  $T_{max}$  im System MnO—ZnO—Fe₂O₃.

öffentlichung [10] wurde berichtet, daß bei zinkfreien Mangan-Ferriten ein Nulldurchgang der Kristallanisotropie etwa bei dem Eisengehalt stattfindet, bei dem nach LESCREOL [4] ein Maximum der Anfangspermeabilität bei Zimmertemperatur auftritt, doch gibt es auch hier entgegengesetzte Ergebnisse [11]. Wenn die Entstehung anomaler Maxima allein auf das Verhalten der Kristallanisotropie oder der Magnetostriktion zurückzuführen wäre, müßte man allerdings beispielsweise bei den Kernen mit drei Maxima auf einen sehr komplizierten Temperaturverlauf dieser

<sup>1</sup> Bei 18 Mol-% ZnO, 53,5 bis 54,5 Mol-% Fe₂O₃, vgl. Kurve  $\gamma$  in Abb. 2.



Größe schließen. Es ist daher anzunehmen, daß verschiedene Ursachen zusammenwirken und dadurch das Gesamtbild so unübersichtlich wird.

### Die Anfangspermeabilität

Die Abb. 2, 3 und 4 zeigen, daß die Abhängigkeit der Anfangspermeabilität von der Zusammensetzung bei einer bestimmten Temperatur nicht leicht zu überblicken ist. Sie wird vor allem durch die Lage und den Abstand der verschiedenen Maxima und vom allgemeinen Niveau der gesamten Kurve bestimmt. Die

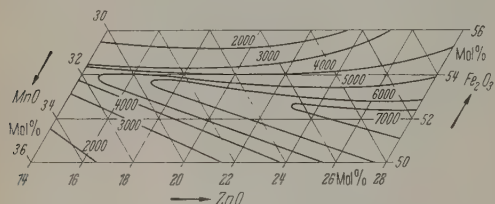


Abb. 8. Die Anfangspermeabilität bei 20° C

besonders wichtige Anfangspermeabilität bei Zimmertemperatur, von der im folgenden stets die Rede sein soll, hat die in Abb. 8 dargestellte Verteilung im System MnO—ZnO—Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Wie ein Vergleich mit den Abb. 6 und 7 zeigt, ist sie bei höherer Curie-Temperatur erwartungsgemäß dann besonders hoch, wenn

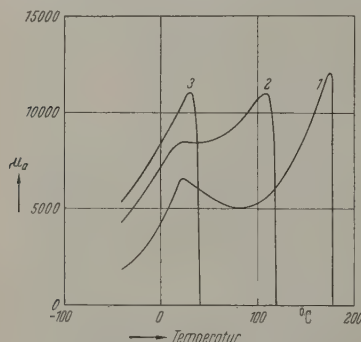


Abb. 9. Permeabilitäts-Temperatur-Kurven von Mangan-Zink-Ferriten mit hoher Anfangspermeabilität

ein ausgeprägtes sekundäres Maximum nahe der Zimmertemperatur liegt, bei tieferen Curie-Temperaturen dann, wenn das sekundäre Maximum mit dem Curie-Maximum zusammenfließt. An Hand dieser Übersicht kann man nun in den Gebieten, in denen besonders hohe Anfangspermeabilitäten zu erwarten sind, durch verfeinerte Herstellungsmethoden eine weitere Steigerung der Werte erreichen. So bringt Abb. 9 drei Beispiele von Permeabilitäts-Temperatur-Kurven mit hohen Anfangspermeabilitäten und mit unterschiedlichen Curie-Temperaturen. Die entsprechenden Zusammensetzungen sind in Abb. 1 mit den Ziffern 1 bis 3 bezeichnet. Bei einer Curie-Temperatur von 180° C erhält man ein ausgeprägtes sekundäres Maximum mit einer Anfangspermeabilität bei Zimmertemperatur von 6500. Bei einer Curie-Temperatur von 120° C ist die Anfangspermeabilität auf 8500 angestie-

gen. Bemerkenswert ist, daß hier in einem größeren Bereich der Temperaturkoeffizient der Anfangspermeabilität sehr klein ist. Wird die Curie-Temperatur schließlich auf 40° C verringert, so erreicht man eine Anfangspermeabilität über 10000 bei 20° C.

Außer der Permeabilität und ihrem Temperaturverhalten sind natürlich noch die übrigen magnetischen Eigenschaften interessant. So nimmt z. B. in diesem Gebiet die Sättigungsmagnetisierung im allgemeinen zu mit zunehmender Curie-Temperatur. Der bezogene Hystereseeiwert hat ein Minimum in dem Bereich, in dem das anomale Maximum auftritt. In diesem Gebiet haben die Kerne die erwähnten isoperm-artigen Hystereseschleifen, während bei niedrigem Eisengehalt rechteckförmige Hystereseschleifen auftreten [2].

Der Überblick über die Eigenschaften der hochpermeablen Mangan-Zink-Ferrite muß vorläufig unvollständig bleiben, da die grundlegenden umfassenden Untersuchungen über die Magnetostriktion und die Kristallanisotropie noch ausstehen, doch ist zu hoffen, daß diese Lücke durch neue Messungen an Einkristallen bald geschlossen wird.

### Zusammenfassung

Bei hochpermeablen Mangan-Zink-Ferriten treten häufig neben dem Maximum der Anfangspermeabilität nahe der Curie-Temperatur aus noch ungeklärten Gründen sekundäre Maxima auf. Diese Maxima wandern mit zunehmendem Zink- oder Eisengehalt von der Curie-Temperatur weg zu tieferen Temperaturen, kehren bei etwa -80° C um und vereinigen sich schließlich wieder mit dem Curie-Maximum. Im System MnO—ZnO—Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> lassen sich die Kurven gleicher Temperaturlage des sekundären Maximums in einem großen Bereich durch gerade Linien darstellen, die aber im Gegensatz zu den Linien gleicher Curie-Temperatur weder äquidistant noch parallel sind. Durch das Zusammenspiel der verschiedenen Maxima kann man in dem untersuchten Bereich bei Zimmertemperatur Anfangspermeabilitäten von etwa 2000 bis über 10000 erhalten.

**Literatur:** [1] KORNETZKI, M.: Elektrotechn. Z. 80, 605 (1959). — RÖSS, E.: Naturwissenschaften 46, 65 (1959). — [2] KORNETZKI, M., E. MOSER u. E. RÖSS: Naturwissenschaften 47, 274 (1960). — [3] GUILLAUD, C.: Proc. Inst. Electr. Engrs. 104, Suppl. 5, 165 (1957). — [4] LESCROEL, Y.: Variation de la Permeabilité avec la Temperature dans Certains Ferrites. Vortrag auf dem Congres Internat. sur la Physique de l'Etat Solide et ses Applications a l'Electronique et aux Telecommunications. Brüssel 2.—7. Juni 1958. — LESCROEL, Y., et A. PIERROT: Cables et Transmission A 14, 220 (1960). — [5] HEISTER, W.: Techn. Mitt. Krupp 17, 82 (1959). — [6] SNOEK, J. L.: New Developments in Ferromagnetic Materials. New York u. Amsterdam: Elsevier 1947. — [7] ENZ, U.: Physica, Haag 24, 609 (1958). — [8] SMIT, J., and H. P. J. WIJN: Ferrites. Eindhoven: Philips Technical Library 1959. — [9] VERSCHOOR, J. TH.: Temperaturgang und Desakkommodation der Anfangspermeabilität bei Mn-Zn-Ferriten. Vortrag auf der 3. Vortragsstag. der Arbeitsgemeinschaft Ferromagnetismus, Berlin 5. bis 7. Oktober 1959. — [10] PEARSON, R. F.: J. Appl. Phys. 31, Suppl. 5, 1605 (1960). — [11] KRIESSMAN, C. J., S. E. HARRISON and H. S. BELSON: J. Appl. Phys. 29, 452 (1958).

Dr. ERICH RÖSS und Dr. ERICH MOSER,  
Wernerwerk für Bauelemente  
der Siemens und Halske AG, München

## Zur Statistik der ferromagnetischen Hysteresese

Von HORST GIRKE

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Januar 1961)

### 1. Einleitung

Zur Veranschaulichung der bei Schaltversuchen auftretenden Nachwirkungen schlug PREISACH 1935 das nach ihm benannte Diagramm vor [1]. PREISACH führt die irreversiblen Hystereseerscheinungen auf eine Überlagerung voneinander unabhängiger elementarer Rechteckschleifen zurück. Diese Rechteckschleifen sollen bestimmte Elementarbezirke im ferromagnetischen Material charakterisieren. Die einzelnen Rechteckschleifen unterscheiden sich durch die Schleifenbreite  $2H_b$  und die magnetische Vorspannung  $H_m$ . Jeder Schleife kann ein Punkt in der  $H_b$ - $H_m$ -Ebene zugeordnet werden. Als dritte Koordinate über dieser Grundebene des Preisach-Diagrammes hat PREISACH eine Größe aufgetragen, die ein Maß für den irreversiblen Induktionszuwachs ist, der von Elementarbezirken mit bestimmten Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  geliefert wird und die in früheren Veröffentlichungen [2], [3] mit  $\gamma(H_b, H_m)$  bezeichnet wurde.

Es bietet sich noch eine weitere Möglichkeit an, die dritte Koordinate über der  $H_b$ - $H_m$ -Ebene zu definieren, indem man nicht den Induktionszuwachs, sondern die Anzahl der Elementarbezirke bzw. die Anzahl der Barkhausen-Sprünge als Funktion von  $H_b$  und  $H_m$  betrachtet. Deshalb soll im folgenden die 3. Koordinate über der  $H_b$ - $H_m$ -Ebene als Induktionsverteilung  $\gamma_B(H_b, H_m)$  bezeichnet werden, wenn sie ein Maß für den Induktionszuwachs sein soll, und als Häufigkeitsverteilung  $\gamma_Z(H_b, H_m)$ , wenn sie ein Maß für die Anzahl der Barkhausen-Sprünge sein soll.

Im weiteren Verlauf soll nun auf die Definition und die Eigenschaften dieser Varianten des Preisach-Diagrammes näher eingegangen werden.

### 2. Die Definitionsmöglichkeiten für die 3. Koordinate über der $H_b$ - $H_m$ -Ebene

#### a) Definition der Induktionsverteilung $\gamma_B$

$\gamma_B(H_b, H_m)$  soll ein Maß für den irreversiblen Induktionszuwachs  $dB_{\text{irrev}}$  sein, der beim Ummagnetisieren von Elementarbezirken auftritt, deren Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  zwischen  $H_b$  und  $H_b + dH_b$  und zwischen  $H_m$  und  $H_m + dH_m$  liegen.  $\gamma_B$  muß der Randbedingung

$$\int_{H_m=-\infty}^{+\infty} \int_{H_b=0}^{+\infty} \gamma_B(H_b, H_m) dH_b dH_m = \frac{B_{\text{irrev}}}{B_S} \quad (1)$$

genügen. Dabei ist  $B_{\text{irrev}}$  der irreversible Induktionsanteil der Sättigungsinduktion  $B_S$ . Ferner ist

$$\gamma_B(H_b, H_m) dH_b dH_m = \frac{dB_{\text{irrev}}}{2B_S} \quad (2)$$

Auf der rechten Seite der Gl. (2) steht der Faktor 2 im Nenner, da die Induktionsänderung zwischen positiver und negativer Sättigung  $2B_S$  beträgt.

Es ist sinnvoll, sich die von PREISACH untersuchten Elementarbezirke als Flußröhren vorzustellen.

#### b) Definition der Häufigkeitsverteilung $\gamma_Z$

Die Anzahl der Flußröhren mit bestimmten Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  bietet eine weitere Möglichkeit, die 3. Koordinate des Preisach-Diagrammes zu definieren.  $\gamma_Z(H_b, H_m)$ , multipliziert mit dem Flächenelement  $dH_b \cdot dH_m$  soll angeben, wie groß der Anteil  $dZ_{\text{irrev}}$  der sich irreversibel ändernden Flußröhren, deren Größen  $H_b$  und  $H_m$  zwischen  $H_b$  und  $H_b + dH_b$  und zwischen  $H_m$  und  $H_m + dH_m$  liegen, an der Gesamtzahl  $Z_{\text{ges}}$  aller Flußröhren ist.  $\gamma_Z$  muß die Randbedingung

$$\int_{H_m=-\infty}^{+\infty} \int_{H_b=0}^{+\infty} \gamma_Z(H_b, H_m) dH_b dH_m = \frac{Z_{\text{irrev}}}{Z_{\text{ges}}} \quad (3)$$

erfüllen. Dabei ist  $Z_{\text{irrev}}$  der Anteil an der Gesamtzahl  $Z_{\text{ges}}$  der Flußröhren, bei dem sich die Magnetisierung irreversibel ändert. Ferner ist

$$\gamma_Z(H_b, H_m) dH_b dH_m = \frac{dZ_{\text{irrev}}}{Z_{\text{ges}}} \quad (4)$$

### 3. Die Eigenschaften der Funktionen $\gamma_B(H_b, H_m)$ und $\gamma_Z(H_b, H_m)$

#### a) Die Induktionsverteilung $\gamma_B(H_b, H_m)$

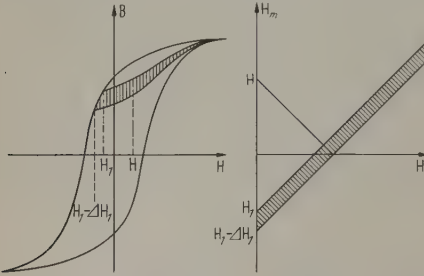
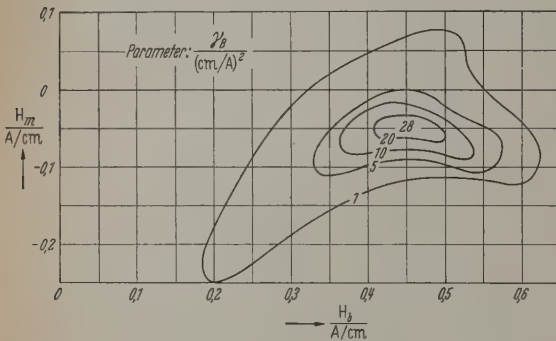
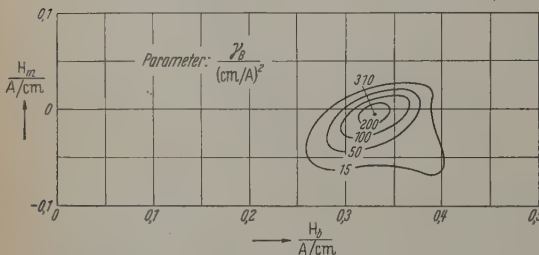
Um die Eigenschaften der Induktionsverteilung kennenzulernen, wurden Messungen zur Bestimmung von  $\gamma_B$  in Abhängigkeit von  $H_b$  und  $H_m$  gemacht. Diese Messungen können beispielsweise von der positiven Sättigung des zu untersuchenden Materials ausgehen [2], [3]. Vermindert man die Feldstärke bis auf einen Wert  $H_1$ , so entsteht bei einer darauffolgenden Steigerung der Feldstärke an einer auf das untersuchte Material aufgetragenen Sekundärwicklung eine induzierte Spannung  $u_1(t)$ . Wiederholt man diesen Vorgang mit einer Umkehrfeldstärke  $H_1' = H_1 - \Delta H_1$ , so kann man eine Spannung  $u_1'(t)$  registrieren.  $\gamma_B$  längs der unter  $+45^\circ$  im Preisach-Diagramm verlaufenden Magnetisierungsfront  $H_1$  ist dann dem Quotienten  $u_1'(t) - u_1(t) / \Delta H_1$  proportional (Abb. 1). Durch Wiederholung dieser Messung für verschiedene Magnetisierungsfronten  $H_v$  ( $v = 1, 2, \dots$ ) erhält man Werte für  $\gamma_B$  über der ganzen  $H_b$ - $H_m$ -Ebene. Die Funktion  $\gamma_B(H_b, H_m)$  kann in Form von Höhenlinien dargestellt werden.

Als Beispiele für die mit der geschilderten Meßmethode gewonnenen Funktionen  $\gamma_B(H_b, H_m)$  mögen Abb. 2 (Permenorm 3601 K 1\*) und Abb. 3 (Trafoform N 2\* mit Goss-Textur) dienen. Diese Funktionen sind, ähnlich wie bei allen untersuchten hochpermeablen Materialien, in charakteristischer Weise unsymmetrisch zur  $H_b$ -Achse und stimmen daher nicht mit den Erwartungen von PREISACH [1] und WILDE [4] überein. Da die magnetischen Vorspannungen  $+H_m$  und  $-H_m$  der Flußröhren zumindest im entmagnetisierten Zustand des untersuchten Materials gleich

\* Materialbezeichnungen der Firma Vacuumschmelze AG.



wahrscheinlich sind, muß man zur Erklärung der auftretenden Unsymmetrie annehmen, daß die magnetischen Vorspannungen der einzelnen Flußröhren vom Magnetisierungszustand des Materials abhängen [3]. Um bestimmte Flußröhren mit den Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  umzumagnetisieren, ist es erforderlich, eine Magnetisierungsfeldfront bis an die Stelle  $(H_b, H_m)$  des Preisach-Diagrammes vorrücken zu lassen. Bei diesem Vorrücken werden im Material schon andere Flußröhren ummagnetisiert, die Umgebung der betrach-

Abb. 1. Das Prinzip der Meßmethode zur Bestimmung von  $\gamma_B(H_b, H_m)$ Abb. 2. Gemessene Funktion  $\gamma_B(H_b, H_m)$  des Materials Permenorm 3601 K 1Abb. 3. Gemessene Funktion  $\gamma_B(H_b, H_m)$  des Materials Trafoperm N 2

teten Flußröhren und damit auch das durch diese Umgebung bedingte Streufeld werden verändert. Diese Veränderung äußert sich darin, daß zu dem für den entmagnetisierten Zustand gültigen  $H_m$ -Wert einer betrachteten Flußröhre eine zusätzliche, zunächst noch fiktive innere Feldstärke  $H_i$  hinzutritt, welche vom Magnetisierungszustand des Materials abhängt.

Da also die gemessenen Funktionen  $\gamma_B(H_b, H_m)$  vom Magnetisierungszustand des Materials und damit von der Meßmethode abhängig sind, werden sie sich nur bei genauer Kenntnis der erwähnten magnetischen Kopplungen zwischen den einzelnen Flußröhren dazu eignen, quantitative Aussagen über das Hystereseverhalten eines Materials bei beliebigen Feldstärke-

änderungen zu machen. Trotzdem sind die gemessenen Induktionsverteilungen auch ohne die genaue Kenntnis dieser Zusammenhänge schon ein wertvolles Hilfsmittel bei der Betrachtung der Hysteresevorgänge ferromagnetischer Materialien. Sie eignen sich dazu, die Art und die Einflüsse der variablen inneren Kopplungen zu studieren und sie gestatten es, den magnetischen Charakter eines Materials zu erkennen. Dadurch ist man in der Lage, zumindest qualitative Aussagen über das magnetische Verhalten der untersuchten Materialien zu machen.

### b) Die Häufigkeitsverteilung $\gamma_Z(H_b, H_m)$

METZDORF [5] und JOST [6] haben Untersuchungen gemacht, die Anhaltspunkte für die Eigenschaften von  $\gamma_Z(H_b, H_m)$  ergeben. Wird mit  $dV$  das Volumen der Flußröhren bezeichnet, deren Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  zwischen  $H_b$  und  $H_b + dH_b$  und zwischen  $H_m$  und  $H_m + dH_m$  liegen, dann erhält man mit Gl. (4):

$$dV = \bar{v} \cdot Z_{\text{ges}} \cdot \gamma_Z(H_b, H_m) \cdot dH_b \cdot dH_m. \quad (5)$$

Gl. (5) soll im folgenden nur für den Rayleigh-Bereich Gültigkeit haben.  $\bar{v}$  ist dann das mittlere Volumen der Flußröhren, deren Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  im Rayleigh-Bereich liegen.

Als Beitrag des Volumens  $dV$  zur Induktionsänderung erhält man:

$$dB_{\text{irrev}} = 2B_S \cdot \frac{dV}{V_{\text{ges}}}. \quad (6)$$

$V_{\text{ges}}$  ist das Gesamtvolumen des untersuchten Materials.

Aus den Gln. (2), (5) und (6) erhält man schließlich

$$\gamma_B(H_b, H_m) = \bar{v} \cdot z(H_b, H_m) \quad (7)$$

worin

$$z(H_b, H_m) = \frac{Z_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}} \cdot \gamma_Z(H_b, H_m) \quad (8)$$

gesetzt wurde.

Im Rayleigh-Bereich ist  $\gamma_B$  und damit auch das Produkt  $\bar{v} \cdot z$  unabhängig von  $H_b$  und  $H_m$ . METZDORF [5] hat nun mit den folgenden Überlegungen nachgewiesen, daß nicht nur das Produkt  $\bar{v} \cdot z$ , sondern auch die einzelnen Faktoren  $\bar{v}$  und  $z$  nicht von  $H_b$  und  $H_m$  abhängen.

Der durch die Jordan-Nachwirkung bedingte Verlustwinkel  $\delta_n$  genügt der Gleichung

$$\text{tg } \delta_n = \frac{\pi \cdot v \cdot S}{\mu_a} \quad (9)$$

$v$  = Hysteresekonstante,  
 $S$  = Néelsche Nachwirkungskonstante.

Da  $S$  nur von  $\bar{v}$ , nicht aber von  $z$  abhängig ist, ergeben Messungen von SORGER [7], daß die Verlustwinkel  $\delta_n$  im Rayleigh-Gebiet feldstärkeunabhängig sind, folgt zwangsläufig, daß auch  $\bar{v}$  im Rayleigh-Gebiet feldstärkeunabhängig ist und damit nicht von  $H_b$  und  $H_m$  abhängt. Deshalb ist auch  $z$  und folglich  $\gamma_Z$  unabhängig von  $H_b$  und  $H_m$ .

Messungen von BARBIER [8] an hartmagnetischen Materialien führen zu dem gleichen Ergebnis.

Darüber hinaus zeigen Messungen des Verlustwinkels  $\delta_n$  bei verschiedenen Ferrit-Materialien, daß für die meisten der untersuchten Ferrite den gleiche

Vert hat. METZDORF [5] erhält:

$$z(H_b, H_m) \approx \text{const} \approx 10^8 \cdot \frac{\text{Sprünge}}{(\text{A/cm})^2 \text{ cm}^3}. \quad (10)$$

Diese Ergebnisse erfahren eine interessante Ergänzung durch Messungen von JOST [6], der die Zahl  $Z$  der Barkhausen-Sprünge in Abhängigkeit von der Aussteuerung  $H$  bei einem hartgezogenen Draht mit 19% Fe, 76% Ni und 5% Cu bestimmt hat. Vor das Zählergerät für die Barkhausen-Sprünge wurde ein Impulsdiskriminator geschaltet, der es gestattet, nur Impulse mit einer bestimmten Mindestamplitude zu registrieren. Abb. 4 zeigt das Ergebnis dieser Messungen. Als Parameter ist nicht die Impulsamplitude, sondern das Mindestvolumen der bei der betreffenden Diskriminatorstellung noch registrierbaren Barkhausen-Sprünge als Vielfaches eines Bezugsvolumens  $v_0$  angegeben, da Proportionalität zwischen Impulsamplitude und Volumen  $v$  angenommen wurde. Man sieht deutlich, daß die Kurven  $Z=f(H)$  bei abnehmendem Mindestvolumen in der Umgebung der Koerzitivkraft einen immer größer werdenden linearen Teil enthalten. Das bedeutet bei dem gewählten logarithmischen Maßstab für  $H$ , daß  $Z$  in diesem linearen Kurventeile proportional zu  $H^2$  ist. Es liegt, unabhängig von den Untersuchungen von METZDORF, die Vermutung nahe, daß auch der lineare Kurventeile bis zu kleinsten Aussteuerungen fortsetzen würde, wenn man noch kleinere Barkhausen-Sprünge vom Rauschen unterscheiden und damit zählen könnte.

Wenn man auf Grund der Erfahrungen an anderen Materialien annimmt, daß oberhalb einer Feldstärke  $|H| \approx 2H_c$  keine Barkhausen-Sprünge mehr ablaufen, dann würde also (in Übereinstimmung mit Abb. 4) bei dem von JOST untersuchten Material bis zu Feldstärken  $|H| \approx 2H_c$  die Anzahl der Barkhausen-Sprünge linear mit der von der Magnetisierungsfront im Preisach-Diagramm überstrichenen Fläche anwachsen. Daraus folgt, daß die Funktion  $\gamma_Z(H_b, H_m)$  in diesem Teil der Preisach-Ebene einen konstanten Wert annehmen muß. Nimmt man der Einfachheit halber an, daß im schraffierten Bereich der Abb. 5  $\gamma_Z(H_b, H_m) = \gamma_{Z_0}$  und daß überall außerhalb  $\gamma_Z(H_b, H_m) = 0$  ist, dann liefert Gl. (3) den Wert

$$\left. \begin{aligned} & \int_{H_m=-\infty}^{+\infty} \int_{H_b=0}^{+\infty} \gamma_Z(H_b, H_m) dH_b dH_m \\ &= 2\gamma_{Z_0} \int_{H_m=0}^{2H_c} \int_{H_b=0}^{2H_c-H_m} dH_b dH_m \\ &= \gamma_{Z_0} \cdot 4H_c^2 = \frac{Z_{\text{irrev}}}{\gamma_{\text{ges}}}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\gamma_{Z_0} = \frac{Z_{\text{irrev}}}{\gamma_{\text{ges}}} \cdot \frac{1}{4H_c^2}. \quad (12)$$

Eine andere Schreibweise für diesen konstanten Wert erhält man mit (10) aus (8) unter der Annahme, daß sich das von JOST verwendete Material in die von METZDORF untersuchten Materialien einreihen läßt:

$$\gamma_{Z_0} \approx \frac{V_{\text{ges}}}{\gamma_{\text{ges}}} \cdot 10^8 \cdot \frac{\text{Sprünge}}{(\text{A/cm})^2 \text{ cm}^3}. \quad (13)$$

Überträgt man diese Vorstellung auf den beobachteten Induktionszuwachs bei ansteigender Feldstärke, so

kann ein bestimmter Induktionszuwachs nicht entweder von der Ummagnetisierung vieler kleiner oder weniger großer Flußröhren herrühren: Der Induktionszuwachs  $dB_{\text{irrev}} = 2B_s \cdot \gamma_B(H_b, H_m) \cdot dH_b \cdot dH_m$  muß proportional dem Volumen der Flußröhren sein, deren Koordinaten  $H_b$  und  $H_m$  in der Umgebung des Punktes  $(H_b, H_m)$  in der Preisach-Ebene liegen. Ein Maximum

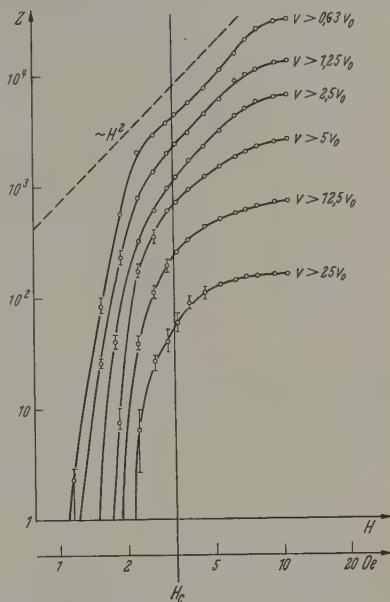


Abb. 4. Sprungzahlen in Abhängigkeit von der Feldaussteuerung  $H$  für verschiedene Diskriminatorstellungen. Nach JOST [6]

von  $\gamma_B(H_b, H_m)$ , beispielsweise in der Umgebung der Koerzitivkraft, deutet dann auf ein großes Volumen der ummagnetisierten Flußröhren an dieser Stelle hin. Die Überlegungen von METZDORF, die sich bisher nur auf die Untersuchungen von SORGER [7] und BARBIER [8] stützen, gelten für den Rayleigh-Bereich. Die Erweiterung dieses Bereiches durch JOST über die Koerzitivkraft hinaus stützt sich nur auf eine einzige Meßreihe. Es ist deshalb erwünscht, daß entsprechende Untersuchungen an anderen Materialien veröffentlicht werden, um zu überprüfen, ob

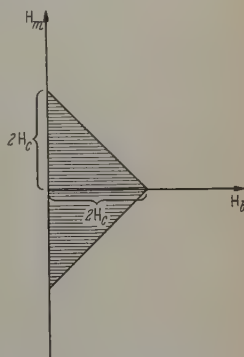


Abb. 5. Angenommene Verteilung von  $\gamma_Z(H_b, H_m)$

tatsächlich in dem Teil der Preisach-Ebene, in dem Barkhausen-Sprünge auftreten, konstant ist und für beliebige Materialien den von METZDORF berechneten Wert hat.

#### Zusammenfassung

Es ergeben sich zwei Möglichkeiten, die 3. Koordinate über der  $H_b$ - $H_m$ -Ebene des Preisach-Diagrammes zu definieren. Neben der von PREISACH betrachteten Funktion  $\gamma_B(H_b, H_m)$ , die ein Maß für die



irreversiblen Induktionsänderungen ist, gibt es noch die Möglichkeit,  $\gamma_Z(H_b, H_m)$  als Maß für die Anzahl der Barkhausen-Sprünge einzuführen.

Die Messungen ergeben im allgemeinen auf Grund von variablen inneren Kopplungen im Material zur  $H_b$ -Achse unsymmetrische Funktionen  $\gamma_Z(H_b, H_m)$ . Diese können dazu benützt werden, qualitative Aussagen über den magnetischen Charakter des untersuchten Materials und den Einfluß innerer Kopplungen zu machen. Um quantitative Aussagen über das Hystereseverhalten bei beliebigen Feldstärkeänderungen machen zu können, ist es erforderlich, die variablen inneren Kopplungen näher zu studieren.

Theoretische Überlegungen und Versuchsergebnisse lassen den Schluß zu, daß  $\gamma_Z$  für eine bestimmte Materialprobe unabhängig von  $H_b$  und  $H_m$  ist. Daraus folgt, daß ein bestimmter irreversibler Induktionszuwachs nicht entweder durch das Ummagnetisieren vieler Flußröhren kleinen Volumens oder weniger

Flußröhren entsprechend großen Volumens zustande kommen kann, sondern daß die diesen Induktionszuwachs kennzeichnende Größe  $\gamma_Z$  proportional zum Volumen der ummagnetisierten Flußröhren ist. Ferner haben Messungen gezeigt, daß  $\gamma_Z$ , multipliziert mit dem für die betreffende Materialprobe gültigen Quotienten (Gesamtzahl der Barkhausen-Sprünge)/(Gesamtvolumen), von Material zu Material nur wenig schwankt.

**Literatur:** [1] PREISACH, F.: Z. Physik **94**, 277 (1935). — [2] WILDE, H., u. H. GIRKE: Z. angew. Phys. **11**, 399 (1959). — [3] GIRKE, H.: Z. angew. Phys. **12**, 502 (1960). — [4] WILDE, H.: N.T.Z. **10**, 497 (1957). — [5] METZDORF, W.: Z. angew. Phys. **11**, 95 (1959). — [6] JOST, K.: Z. Physik **147**, 520 (1957). — [7] SORGER, G.: Z. angew. Phys. **6**, 390 (1954). — [8] BARBIER, J.C.: Colloque de Ferromagnetisme et Antiferromagnetisme, S. 204. Grenoble 1950.

Dipl.-Ing. HORST GIRKE,  
Institut für Nachrichtentechnik  
der Technischen Hochschule Stuttgart

## Die Steigegeschwindigkeit von Gasblasen in Flüssigkeiten unterschiedlicher Viskosität und Oberflächenspannung

VON ERWIN COESTER

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 12. Dezember 1960)

Die Steigegeschwindigkeit einer Gasblase in einer Flüssigkeit hängt von dem Blasenvolumen und von den Eigenschaften der Flüssigkeit ab. Da wir hier stets

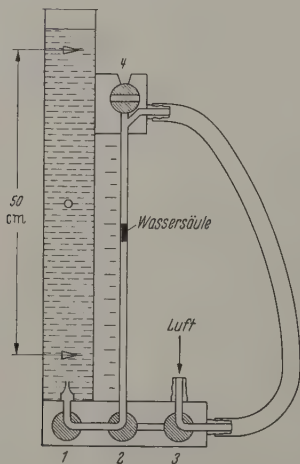


Abb. 1. Meßanordnung; aus dem Vorrücken der Wassertsäule in der Kapillare (lichte Weite 1 bzw. 3 mm) wird das Blasenvolumen ermittelt; das Volumen wird auf den Druck reduziert, der in der Mitte der Meß-Strecke herrscht, dieser Wert wird als „Blasenvolumen“ angegeben

den Fall betrachten wollen, daß die Dichte der Gasblase klein gegen die Dichte der Flüssigkeit ist, bedeutet es praktisch keine Einschränkung, wenn wir uns auf die Messung von Luftblasen beschränken.

Bei den Untersuchungen wurde die in Abb. 1 dargestellte Anordnung verwendet. Die Flüssigkeit befindet sich in einem Gefäß mit einem Querschnitt von  $2 \times 5$  cm. Die Luftblase wird mittels einer am Boden dieses Gefäßes befindlichen Düse in die Flüssigkeit

eingebracht. Die Steigegeschwindigkeit wird aus der Zeit ermittelt, die die Blase zum Durchlaufen einer 50 cm langen Strecke benötigt. Die Meßstrecke beginnt etwa 7 cm oberhalb der Düsenmündung und endet 5 cm unterhalb der Flüssigkeitsoberfläche.

Unter der Steigegeschwindigkeit wollen wir hier die sich infolge der Reibung stationär einstellende Geschwindigkeit verstehen. Wie eine einfache Abschätzung zeigt, ist die stationäre Endgeschwindigkeit bei der verwendeten Anordnung für alle vorkommenden Blasenvolumina und Flüssigkeiten am unteren Ende der Meßstrecke bereits erreicht.

Bei vorgegebener Flüssigkeit und vorgegebener Düse lassen sich nicht beliebig große oder beliebig kleine Luftblasen erzeugen. Das Mindestvolumen liegt dann vor, wenn die Auftriebskraft der Blase gerade die durch die Oberflächenspannung  $\sigma$  der Flüssigkeit bedingte Kraft, mit der die Blase an der Düse mit dem inneren Radius  $r$  haftet, überwindet, also wenn gilt:

$$V_B \cdot \rho \cdot g = 2\pi r \cdot \sigma, \quad (1)$$

wobei vorausgesetzt wird, daß der Blasendurchmesser groß gegen den Düsendurchmesser  $2r$  ist. ( $\rho$  = Dichte der Flüssigkeit,  $g$  = Schwerebeschleunigung.) Daraus folgt für das Blasenvolumen

$$V_B = 2\pi \frac{\sigma}{\rho \cdot g} \cdot r. \quad (2)$$

Tabelle 1 zeigt die Übereinstimmung dieser Beziehung mit der Beobachtung für ein Glycerin-Wasser-Gemisch der kinematischen Zähigkeit  $\nu = 0,65$  Stokes. Dabei wird  $\sigma = 69$  dyn/cm und  $\rho = 1,2$  g/cm<sup>3</sup> gesetzt. Dynamische Zähigkeit

$$\eta = \rho \cdot \nu. \quad (3)$$

Sind Druck und Luftreservoir hinreichend groß, so wird das Blasenvolumen größer ausfallen, da noch Luft die Blase einströmt, ehe sie sich völlig abgelöst hat. Das Blasenvolumen hat jedoch stets eine obere Grenze, die durch den Widerstand der Düse und das Luftreservoir bedingt ist. Versucht man, diese Grenze zu

so folgt daraus und aus (4), (5) und (7)

$$v = \frac{1}{12} \cdot d \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{g \cdot d}{v} \cdot \frac{\rho_K - \rho}{\rho} - v \right). \quad (11)$$

Diese Beziehung gibt den Zusammenhang zwischen der Sinkgeschwindigkeit und der Zähigkeit, wenn die Kugel in einem im Vergleich zu ihrem Durchmesser sehr ausgedehnten Medium fällt. In einem Gefäß macht sich der Wandeinfluß bemerkbar. Für die Messungen der Zähigkeit des Glycerins wurde daher durch Verwendung verschieden großer Kugeln auf den Kugeldurchmesser Null extrapoliert. Die beobachtete Abhängigkeit vom Kugeldurchmesser war im Einklang mit einer Beziehung, die LADENBURG angegeben hat (siehe [1]).

#### Bestimmung der Oberflächenspannung

berschreiten, so lösen sich statt einer großen zweier mehrere kleine Blasen ab. Man muß also die Düse der jeweiligen Größenordnung der Blasen, die man zeugen will, anpassen. Zur Messung einer Kurve, wie sie in Abb. 2 dargestellt ist, benötigt man bei geeigneter Auswahl etwa zwei bis drei verschiedene Düsen.

#### Bestimmung der Zähigkeit

Die Steigegeschwindigkeit von Luftblasen wurde außer in Wasser, für dessen Zähigkeit der Tabellenwert eingesetzt wurde, in Glycerin-Wasser-Mischungen verschiedener Zähigkeit gemessen. Die Zähigkeit dieser Mischungen — da der Anteil des Glycerins bei weitem überwiegt, im folgenden kurz als „Glycerin“ bezeichnet — wurde aus der Sinkgeschwindigkeit  $v$  von Stahlkugeln ( $\rho_K = 7,79 \text{ g/cm}^3$ ) bzw. Aluminiumkugeln ( $\rho_K = 2,70 \text{ g/cm}^3$ ) ermittelt.

Die von L. SCHILLER [1] angeführten experimentellen Ergebnisse der Kugelversuche von ALLEN und LEBSTER lassen sich für Reynoldssche Zahlen  $Re < 20$  näherungsweise wiedergeben durch

$$c = \frac{24}{Re} + 2. \quad (4)$$

Hierbei ist

$$Re = \frac{d \cdot v}{\nu} \quad (5)$$

$d = 2a$  der Kugeldurchmesser). Die Widerstandszahl  $c$  wird bekanntlich eingeführt durch die Beziehung

$$K = c \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot F, \quad (6)$$

wobei  $K$  die Widerstandskraft,  $F$  die Schattenfläche des umströmten Körpers ist. Mit  $F = \pi \cdot a^2$  gilt

$$c = \frac{2K}{\pi \cdot a^2 \cdot \rho \cdot v^2}. \quad (7)$$

Die in (4) dargestellte Näherung liegt zwischen dem Stokesschen Widerstandsgesetz

$$c = \frac{24}{Re} \quad (8)$$

und dem Oseenschen Widerstandsgesetz

$$c = \frac{24}{Re} + 4,5. \quad (9)$$

Berücksichtigt man, daß bei stationär sinkenden Kugeln die Widerstandskraft gleich der ziehenden Kraft sein muß, also

$$K = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot (\rho_K - \rho) \cdot g, \quad (10)$$

$$p' = h_0 \cdot \rho \cdot g + \frac{2\sigma}{r}. \quad (12)$$

Für Glycerin von 1,4 Stokes und  $22^\circ \text{C}$  konnte diese Beziehung über einen weiten Bereich von  $r$  bestätigt werden. Die Messungen lieferten den Wert  $\sigma = 69 \text{ dyn/cm}$ . Als Tabellenwert für Wasser bei  $22^\circ \text{C}$  findet man  $72,3 \text{ dyn/cm}$ , für reines Glycerin bei derselben Temperatur  $66,4 \text{ dyn/cm}$ . Der aus den Messungen gefundene Wert fügt sich also gut ein.

#### Meßergebnisse über die Steigegeschwindigkeit

Die Steigegeschwindigkeit  $v$  von Luftblasen als Funktion des Blasenvolumens  $V_B$  wurde in Glycerin von drei verschiedenen Zähigkeiten und in Wasser gemessen. Die Daten für das verwendete „Glycerin“ sind in Tabelle 2 zusammengestellt:

Tabelle 2

$\rho \text{ [g/cm}^3\text{]}$	Gew.-% Glycerin	$\nu \text{ [Stokes]}$
1,233	89	1,35
1,227	87	0,95
1,219	84	0,65

Wie aus den in Abb. 2 dargestellten Meßergebnissen ersichtlich ist, erfolgt mit zunehmendem Blasenvolumen zunächst ein starker Anstieg der Steige-



geschwindigkeit, die dann aber, bei hinreichend großen Volumina, einen von  $V_B$  nahezu unabhängigen Wert annimmt. Das Einmünden in die „Sättigung“ erfolgt um so später, je größer die Zähigkeit ist. Beim Wasser geschieht das Einmünden in die „Sättigung“ über ein

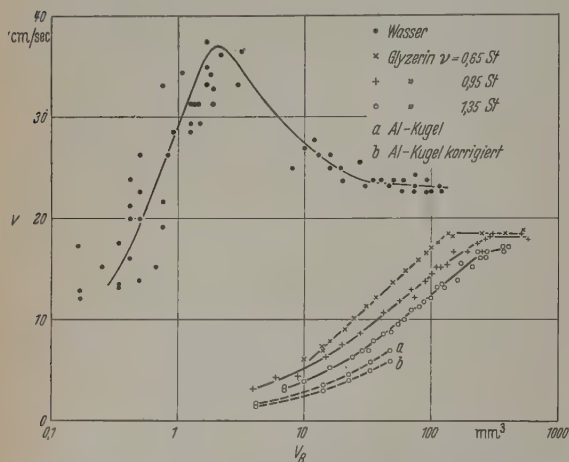


Abb. 2. Abhängigkeit der Steiggeschwindigkeit vom Blasenvolumen; die „Sättigung“ tritt bei dem logarithmisch aufgetragenen Volumen weniger auffällig in Erscheinung

ausgeprägtes Maximum, was auch von KAMPE und TYEDMERS [2] beobachtet wurde und worüber schon SIEMES [3] an Hand des umfangreichen Beobachtungsmaterials an Wasser berichtet hat.

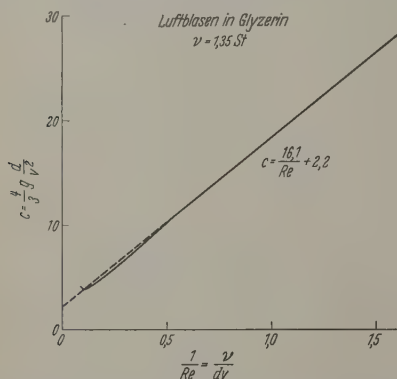


Abb. 3. Zusammenhang zwischen  $c$  und  $Re$ ; bei Ermittlung dieser Größen aus den Meßwerten wird — auch für Blasen, die von der Kugelgestalt abweichen — der Durchmesser der volumengleichen Kugel eingesetzt

Im stark aufsteigenden Ast der Kurve sind die Luftblasen praktisch kugelförmig, während es sich im „Sättigungsniveau“ um stark abgeplattete, linsenförmige Gebilde handelt.

Um die Frage zu prüfen, ob sich eine Luftblase in dem Teil der Kurve, wo sie noch Kugelgestalt hat, so verhält, wie eine starre Kugel, sind in Abb. 2 noch Messungen der Sinkgeschwindigkeit von Aluminiumkugeln in Glyzerin der Zähigkeit 1,35 Stokes eingetragen. Diese Kurve ( $a$  in Abb. 2) verläuft unterhalb der entsprechenden für Luftblasen. Eine Kugel, die die doppelte Dichte der Flüssigkeit hat, muß genau so schnell sinken, wie die Luftblase von gleichem Volumen steigt, sofern sich letztere wie eine starre Kugel verhält. Nun hat Aluminium eine etwas mehr als doppelt

so große Dichte wie das verwendete Glyzerin. Reduziert man die gemessene Kurve  $a$  auf genau die doppelte Dichte der Flüssigkeit (Kurve  $b$ ), so wird der Unterschied zur entsprechenden Luftblasenkurve noch eklatanter. Hieraus ergibt sich also eindeutig, daß in dem untersuchten Bereich eine kugelförmige Luftblase einen geringeren Widerstand besitzt als eine gleich große starre Kugel.

#### Strömungswiderstand einer kugelförmigen Luftblase

Für starre Kugeln beträgt die Widerstandskraft bei kleinen Reynoldsschen Zahlen nach STOKES:

$$K = 6\pi \cdot a \cdot \eta \cdot v. \quad (13)$$

Setzt man (13) unter Berücksichtigung von Gl. (3) und (5) in (7) ein, so erhält man das Stokessche Gesetz als eine Beziehung zwischen den dimensionslosen Größen Reynoldssche Zahl und Widerstandszahl:

$$c = \frac{24}{Re}. \quad (14)$$

Abweichungen vom Stokesschen Gesetz lassen sich in einem gewissen Bereich näherungsweise durch eine additive Konstante berücksichtigen, wie sie in (4) und (9) angebracht ist. Um nun das Verhalten von Luftblasen hierin einordnen zu können, wurde die Widerstandszahl  $c$  als Funktion von  $Re^{-1}$  für Glyzerin von 1,35 Stokes — dort sind die Reynoldsschen Zahlen am kleinsten — aufgetragen. Die Kurve in Abb. 3 ist für kleine Reynoldssche Zahlen eine Gerade, die sich durch folgende Gesetzmäßigkeit darstellen läßt:

$$c = \frac{16,1}{Re} + 2,2. \quad (15)$$

Bei der vorhandenen Meßgenauigkeit kann man die Steigung der Geraden nicht genauer als mit 16 angeben, was aber bedeutet, daß im Grenzfall kleiner Reynoldsscher Zahlen die Widerstandskraft

$$K = 4\pi \cdot a \cdot \eta \cdot v \quad (16)$$

beträgt, also nur zwei Drittel des Stokesschen Wertes.

Bei Ableitung der Stokesschen Formel wird vorausgesetzt, daß die Geschwindigkeit der Flüssigkeit relativ zur Kugel an deren Oberfläche gleich Null ist. Diese Voraussetzung kann man bei einer Luftblase nicht ohne weiteres machen. Man kann nun in die Herleitung der Stokesschen Formel eine verallgemeinerte Randbedingung einführen und die sich daraus ergebende Widerstandskraft berechnen. Wir führen Zylinderkoordinaten  $r, \varphi, z$  ein (Abb. 4); das Koordinatensystem soll sich mit der Kugel in  $z$ -Richtung bewegen. Der Abstand  $R$  eines beliebigen Punktes  $A$  vom Kugelmittelpunkt ist dann

$$r^2 + z^2 = R^2. \quad (17)$$

Für das Geschwindigkeitsfeld der stationär bewegten Kugel gilt nach HAMEL [4]:

$$v_r = 3B \cdot \frac{r \cdot z}{R^5} + E \cdot \frac{r \cdot z}{R^3}, \quad (18a)$$

$$v_z = 2 \left( A + \frac{B}{R^3} + \frac{E}{R} \right) - \frac{3B \cdot r^2}{R^5} - \frac{E \cdot r^2}{R^3}, \quad (18b)$$

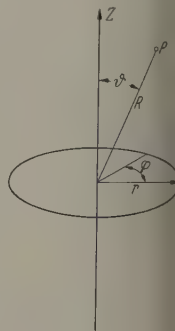


Abb. 4

Da  $A$ ,  $B$  und  $E$  Koeffizienten sind. Da  $v_z$  im Unendlichen gleich der Anströmgeschwindigkeit  $v$  sein soll, gilt

$$2A = v. \quad (19)$$

Die verallgemeinerte Randbedingung wird nun folgendermaßen formuliert: für  $r=0$ ,  $z=a$  soll  $v_z=0$  sein, für  $r=a$ ,  $z=0$  soll  $v_z=\lambda \cdot v$  sein, wo  $\lambda$  eine beliebige Zahl ist. Damit erhält man aus (18b) zwei Gleichungen, aus denen sich ergibt:

$$B = \frac{1-2\lambda}{4} \cdot v \cdot a^3 \quad (20)$$

$$E = \frac{2\lambda-3}{4} \cdot v \cdot a. \quad (21)$$

Die Kraftwirkung auf die Kugel setzt sich zusammen aus der Kraftwirkung  $K_1$  des Druckes  $p$  und der

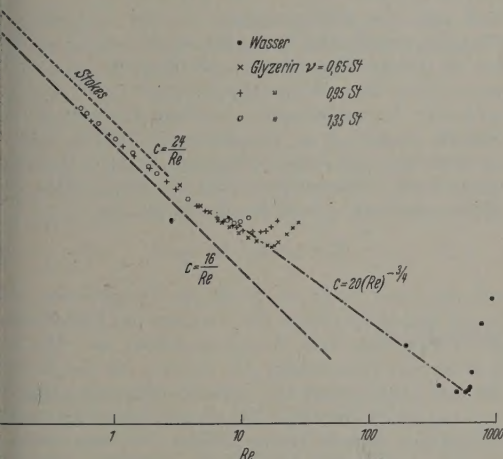


Abb. 5. Widerstandszahl  $c$  als Funktion der Reynoldsschen Zahl  $Re$ ; die getragenen Punkte sind den in Abb. 2 gezeichneten Kurven entnommen

Kraft  $K_2$  infolge der Zähigkeit. Dabei ist

$$K_1 = -\oint p \cdot \cos \vartheta \cdot dF \quad (22)$$

( $dF$  Flächenelement der Kugeloberfläche) und

$$p = 2\eta \cdot E \cdot \frac{z}{R^3}, \quad (23)$$

während der Kraftanteil infolge der Zähigkeit

$$K_2 = \eta \oint \frac{\partial v_z}{\partial R} \cdot dF \quad (24)$$

beiträgt. Durch Integration folgt für die gesamte Kraft

$$K = K_1 + K_2 = -8\pi \cdot \eta \cdot E, \quad (25)$$

und mit (21)

$$K = (6-4\lambda) \cdot \pi \cdot a \cdot \eta \cdot v. \quad (26)$$

Für  $\lambda=0$  steht also wieder die Stokessche Formel da, während man die experimentell für Luftblasen ermittelte Beziehung (16) dann erhält, wenn  $\lambda=1/2$  ist. Das aber heißt, daß die Flüssigkeit am „Äquator“ der Luftblase mit der halben Anströmgeschwindigkeit strömt. Das Geschwindigkeitsfeld sieht für diesen Fall besonders einfach aus, weil für  $\lambda=1/2$  der Koeffizient  $B=0$  wird. Aus (18a) und (18b) ergibt sich dabei eine tangential zur Oberfläche der Kugel gerichtete Ge-

schwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{v_r^2 + v_z^2}|_{R=a} = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \frac{r}{a}. \quad (27)$$

Für die Bewegung einer flüssigen Kugel wurde bereits theoretisch von RYBCZYNSKI und auch von HADAMARD [1] die Widerstandskraft

$$K = 6\pi \cdot a \cdot \eta \cdot v \cdot \frac{3\eta' + 2\eta}{3\eta' + 3\eta} \quad (28)$$

angegeben, wo  $\eta'$  die Zähigkeit der Kugelsubstanz ist. Daraus resultiert die Beziehung (16), wenn  $\eta'$  gegen  $\eta$  vernachlässigt werden kann. Die Beziehung (28) beschreibt man, wie bei BOUSSINESQ [5] beschrieben ist, wenn man von der Navier-Stokesschen Gleichung ausgeht und als Grenzbedingung für die Kugeloberfläche Stetigkeit der Geschwindigkeit fordert.

BOUSSINESQ hat die Theorie durch Einführung einer „Oberflächenviskosität“  $\varepsilon$  erweitert und findet

$$K = 6\pi \cdot a \cdot \eta \cdot v \cdot \frac{(3\eta' + 2\eta) \cdot a + \varepsilon}{(3\eta' + 3\eta) \cdot a + \varepsilon}. \quad (29)$$

Diese Beziehung liefert im Grenzfall sehr kleiner Kugeln, wo die Oberflächenviskosität überwiegt, die übliche Stokessche Formel.  $\varepsilon$  wird durch die im Zusammenhang mit der Strömung immerwährende Neubildung von Oberfläche erklärt. Bei sehr kleinen Flüssigkeitskugeln behindert dieser Oberflächeneffekt schließlich die Strömung so sehr, daß diese sich wie starre Kugeln verhalten. BOND und NEWTON [6] haben die Beziehung (29) experimentell überprüft und fanden z.B. für Wassertropfen in Rizinusöl oberhalb einer bestimmten Größe ein Widerstandsgesetz der Form (16), während für kleinere Tropfen das Stokesche Gesetz galt. Den kritischen Radius, bei dem der Übergang erfolgt, geben sie mit

$$\bar{a} = \sqrt{\frac{\sigma}{|\varepsilon_K - \varepsilon| \cdot g}} \quad (30)$$

an.

Messungen über die Steigegeschwindigkeit von Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten im Bereich niedriger Reynoldsscher Zahlen sind bereits von ALLEN [7] durchgeführt worden. Für  $Re < 1$  findet er die Reibungskraft proportional  $v \cdot v$ . Sein Grenzgesetz liefert jedoch das dem Stokesschen Gesetz entsprechende  $c = 24/Re$  und nicht  $16/Re$ . Der Unterschied ist verständlich, wenn man berücksichtigt, daß sich seine Messungen auf Luftblasen in Wasser und Anilin beziehen. Man erreicht den Wert  $Re=1$  bei Wasser mit Blasen vom Radius  $a \approx 0,1$  mm, bei Anilin mit  $a \approx 0,2$  mm, bei Glycerin dagegen mit  $a \approx 2$  mm.

Für die kleinsten in dieser Arbeit untersuchten Blasen in Glycerin war  $a$  ungefähr 1 mm. Ein Übergang in die  $6\pi$ -Gesetzmäßigkeit konnte nicht beobachtet werden, obwohl nach Gl. (30) dieser bereits bei  $a=2,4$  mm stattfinden sollte.

### Abweichung von der Kugelgestalt

Die vorstehend aufgezeichneten Gesetzmäßigkeiten gelten nur für kleine Luftblasen. Größere Blasen nehmen eine abgeplattete Gestalt an. Dies ist der Grund dafür — neben anderen, jedoch offenbar weniger ins Gewicht fallenden Ursachen wie endliche Gefäßabmessungen und grundsätzliche Abweichungen bei höheren Reynoldsschen Zahlen —, warum bei höheren Reynoldsschen Zahlen die Kurve in Abb. 3 von der



Geraden abweicht. Dabei ist zu beachten, daß dort in Wirklichkeit die Reynoldsschen Zahlen und die Widerstandszahlen etwas andere Werte haben (der in beide Größen eingehende Durchmesser  $d$  wurde unter der Annahme der Kugelgestalt aus dem beobachteten Blasenvolumen berechnet).

Wie aus den Messungen hervorgeht, ist für die Abweichung von der Kugelgestalt vor allem das Erreichen einer hohen Geschwindigkeit und damit eines Staudruckes  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$  verantwortlich (s. Abb. 2). Die Kugelgestalt der Blase im ruhenden Zustand ist durch Oberflächenspannungskräfte bedingt; die Oberflächenspannung erzeugt im Innern der Blase einen Druck

$$p_\sigma = \frac{2\sigma}{a}. \quad (31)$$

Die Abweichung von der Kugelgestalt wird also mit dem Verhältnis von Staudruck zu Oberflächenspannungsdruck zusammenhängen.

#### Berücksichtigung der Ähnlichkeit

Um die Ähnlichkeit der Kurven in Abb. 2 untersuchen zu können, ist es zweckmäßig, dimensionslose Größen aufzutragen (s. Abb. 5; auch hier wurde als Durchmesser auch größerer Blasen der Durchmesser der volumengleichen Kugel eingesetzt). Man sieht, daß mit zunehmender Reynoldsscher Zahl die Widerstandszahl zunächst abnimmt und dann nach Durchlaufen eines Minimums wieder ansteigt. Es ist deutlich zu erkennen, daß sich die Punkte für Glycerin der Zähigkeit 0,95 und 1,35 Stokes asymptotisch der Geraden  $c = 16/Re$  nähern. Für Glycerin von 0,65 Stokes ist zwar diese Annäherung weniger überzeugend, jedoch wurde auch dort festgestellt, daß kugelförmige Luftblasen wesentlich schneller als gleich große Aluminiumkugeln sind.

Der sich für größere Blasen einstellende „Sättigungsbereich“  $v = \text{const}$  bedeutet in der Darstellung der Abb. 5 eine unter  $45^\circ$  ansteigende Gerade. Es war bereits darauf hingewiesen worden, daß die Blasen in diesem Teil der Kurve stark abgeplattet sind. Das Auftreten des Minimums von  $c$  wird also mit der Abweichung von der Kugelgestalt und damit mit dem zunehmenden Einfluß des Staudruckes zusammenhängen. Es liegt nahe, zu vermuten, daß an den Minima das Verhältnis von Staudruck zu Oberflächenspannungsdruck gleiche Werte hat. Wir nennen dieses Verhältnis Deformationszahl  $D$ , wobei also gilt:

$$D = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2}{\frac{2\sigma}{a}} = \frac{1}{8} \frac{d \cdot \rho \cdot v^2}{\sigma}. \quad (32)$$

$D$  tritt als dritte Kennzahl zur Reynoldsschen Zahl und Froudeschen Zahl; die in (32) eingeführte Größe  $D$  wird, abgesehen vom Faktor  $1/8$ , mitunter als Weberse Kennzahl bezeichnet [8].

In Tabelle 3 sind die Werte  $D_0$  für die Deformationszahl an der Stelle des Minimums wiedergegeben; man erhält sie, indem man in (32) die für das Minimum geltenden Werte  $d_0$  und  $v_0$  einsetzt. Für Glycerin liegt  $v_0$  etwa 5% unter der „Sättigungsgeschwindigkeit“, für Wasser  $v_0$  die Geschwindigkeit am Maximum in Abb. 2. Wie aus Tabelle 3 zu ersehen ist, ist  $D_0$  tatsächlich annähernd konstant, obwohl die Zähigkeit mehr als zwei Zehnerpotenzen überstreicht.

Tabelle 3

Flüssigkeit	$\nu$ [Stokes]	$D_0$	$\psi$
Glycerin . . . .	1,35	0,43	3,78
Glycerin . . . .	0,95	0,53	6,06
Glycerin . . . .	0,65	0,45	10,1
Wasser . . . . .	0,01	0,37	3,39 · 10

Die für den Blasenauftstieg maßgeblichen Größen sind Dichte  $\rho$ , kinematische Zähigkeit  $\nu$  und Oberflächenspannung  $\sigma$  der Flüssigkeit sowie die Erdbeschleunigung. Wir wollen nun aus diesen vier Größen eine dimensionslose Zahl bilden. Aus Dimensionsbetrachtungen ergibt sich als einzig mögliche Kombination dieser Größen:

$$\frac{\sigma}{\rho \cdot \nu^{\frac{1}{3}} \cdot g^{\frac{1}{3}}} = \psi. \quad (33)$$

Soll also der Blasenauftstieg in zwei verschiedenen Flüssigkeiten ähnlich verlaufen, so müssen die  $\psi$ -Werte für die beiden Flüssigkeiten übereinstimmen. In Tabelle 3 sind die  $\psi$ -Werte angegeben, sie sind sehr verschieden. Dies dürfte die Ursache dafür sein, daß die Minima in Abb. 5 an verschiedenen Stellen liegen.

Zwischen den dimensionslosen Größen Reynoldssche Zahl, Deformationszahl  $D$ , Kennzahl  $\psi$  und Widerstandszahl  $c$  besteht die Beziehung

$$Re^4 = 384 \cdot D^3 \cdot \psi^3 \cdot c, \quad (34)$$

wie man sich leicht an Hand der Definitionen überzeugt, wobei allerdings für  $d$  wieder der Durchmesser der volumengleichen Kugel zu setzen ist. Mit entsprechender Indizierung gilt Gl. (34) für die Minima. Ist nun  $D_0$  konstant und gibt es eine eindeutige Beziehung zwischen  $c_0$  und  $Re_0$ , so erhält man im  $(c; Re)$ -Diagramm immer dann gleiche Kurven, wenn  $c_0$  konstant ist, d.h.  $\psi$  ist Kurvenparameter. Für konstantes  $g$  und  $\rho$  bedeutet das, daß die Kurven gleich sind, wenn  $\sigma$  proportional  $\nu^{\frac{1}{3}}$  ist. Wenn also in Abb. 5 die Kurven für Glycerin eine Auffächerung zeigen, so liegt das daran, daß die Oberflächenspannung nicht in geeigneter Weise mit der Zähigkeit geändert werden konnte.

Was die Beziehung zwischen  $c_0$  und  $Re_0$  anbetrifft, so erkennt man, daß die Minima in Abb. 5 ungefähr auf einer Geraden liegen, d.h. es liegt ein Potenzgesetz vor, und zwar entnimmt man

$$c_0 \approx 20 \cdot Re_0^{-\frac{1}{3}}. \quad (35)$$

Daraus und aus (34) folgt mit  $D_0 = 0,4$

$$Re_0 \approx 3,7 \cdot \psi^{0,63}. \quad (36)$$

Damit ist es möglich, den Verlauf der Steigegeschwindigkeit von Luftblasen in beliebigen Flüssigkeiten abzuschätzen.

In Tabelle 4 ist schematisch dargestellt, in welcher Sinne sich  $\psi$  und die für das Minimum in Abb. 5 geltenden Werte, insbesondere  $v_0$  und  $d_0$  ändern, wenn eine der den Blasenauftstieg bestimmenden Größen zunimmt. Dabei soll ein Pluszeichen eine Zunahme, ein Minuszeichen eine Abnahme der betreffenden Größe bedeuten.

Für die Gültigkeit dieses Schemas ist es nicht erforderlich, daß die Beziehung (35) in der angegebenen Form besteht; es gilt immer dann, wenn  $D_0$  konstant



Tabelle 4

	$\nu$	$Re_0$	$c_0$	$r_0$	$d_0$
nahme von $\sigma$ . . .	+	+	—	+	+
nahme von $\rho$ . . .	—	—	+	—	—
nahme von $\nu$ . . .	—	—	—	—	+
nahme von $g$ . . .	—	—	+	+	—

,  $Re_0$  mit  $\psi$  zunimmt und

$$c_0 = \text{const } Re_0^m \quad \text{mit} \quad -1 < m < 0 \quad (37)$$

### Zusammenfassung

Die Steigegegeschwindigkeit einer Gasblase in einer Flüssigkeit hängt vom Blasen volumen und den Eigenschaften der Flüssigkeit ab. Mit zunehmendem Blasen volumen nimmt zunächst die Steigegegeschwindigkeit stark zu, um dann aber einen vom Volumen nahezu unabhängigen Wert anzunehmen. Kugelförmige Gasblasen besitzen einen geringeren Widerstand als gleich große starre Kugeln. Für kleine Reynoldssche Zahlen gibt sich eine Widerstandskraft  $= 4\pi \cdot a \cdot \eta \cdot v$ , also nur zwei Drittel des Stokesschen Wertes.

Die für den Blasen aufstieg maßgeblichen Größen sind Dichte, kinematische Zähigkeit und Oberflächenspannung der Flüssigkeit sowie die Erdbeschleunigung. us diesen vier Größen gewinnt man eine dimensions-

lose Zahl  $\psi$ , deren Werte übereinstimmen müssen, wenn ein Blasen aufstieg in zwei verschiedenen Flüssigkeiten ähnlich verlaufen soll. Damit ist es möglich, die Steigegegeschwindigkeit von Gasblasen in beliebigen Flüssigkeiten abzuschätzen.

Die vorstehenden Ergebnisse sind im Rahmen von Modellversuchen über die Strömungsvorgänge in einem Konverter im Institut für Angewandte Physik der Universität Münster gewonnen worden. Dem Direktor des Instituts, Herrn Professor Dr. H. BITTEL möchte ich für zahlreiche fruchtbare Diskussionen danken. Der Hoesch AG. Westfalenhütte in Dortmund danke ich für Anregung und Unterstützung der Untersuchungen.

**Literatur:** [1] WIEN-HARMS: Handbuch der Experimentalphysik, Bd. IV, Teil 2. Leipzig 1932. — [2] KAMPE, R., u. L. TYEDMERS: Phys. Bl. 8, 540 (1952). — [3] SIEMES, W.: Chemie-Ingenieur-Technik 26, 479, 614 (1954). — [4] HAMEL, G.: Mechanik der Kontinua. Stuttgart 1956. — [5] BOUSINESQ, J.: Ann. Chim. Phys. 29, 349 (1913). — [6] BOND, W. N., and D. A. NEWTON: Phil. Mag. 5, 794 (1928). — [7] ALLEN, H. S.: Phil. Mag. 50, 323, 519 (1900). — [8] KAISLING, F.: Forsch. Ing.-Wes. 14, 30 (1943).

Dr. ERWIN COESTER,  
Institut für Angewandte Physik  
der Universität Münster  
jetzt in Spiegelglaswerke Germania, Porz bei Köln

## Buchbesprechungen

**Pfeifer, H.: Elektronisches Rauschen.** Teil 1. Leipzig: subner 1959. 302 S. u. 90 Abb. Geb. DM 25.—.

Elektrische Schwingungserscheinungen sind heute eine alltägliche Gegebenheit. Es erscheint daher mehr als gerechtfertigt, wenn jetzt über das „Elektronische Rauschen“, wie es genannt wird, eine zusammenfassende Darstellung in deutscher Sprache erscheint, die sich teilweise — worauf der Verfasser auch hinweist — an die bekannte Monographie „Noise“ von VAN DER ZIEL anlehnt.

Das Buch enthält zunächst einige mathematische Hilfsmittel zur Darstellung stochastischer Prozesse sowie Angaben über die allgemeine Theorie von Elektronenröhren und von Aufladungswellen, Gegenstände, auf die bei der sich anschließenden Behandlung der Schwingungserscheinungen zurückgegriffen wird. Der Hauptteil des Buches, der den „Rauschquellen“ gewidmet ist, behandelt das Widerstandsrauschen einschließlich der an Halbleiterbauelementen (Krialdioden und Transistoren) auftretenden Schwingungserscheinungen, das Röhrenrauschen bei niedrigen Frequenzen sowie bei hohen Frequenzen, bei denen sich Laufzeiteffekte bemerkbar machen. Schließlich folgen noch Überlegungen und Ergebnisse über die Rauschtemperatur von Gasentladungsstrecken und über das Rauschen von Maser-Verstärkern.

Der Verfasser beabsichtigt, in einem zweiten Teil, der mit dem Untertitel „Schaltungen und Messungen“ folgen soll, das Rauschen der elektrischen Grundschaltungen darzustellen. Dieser spätere Teil soll dem Rauschverhalten linearer und nichtlinearer Vierpole sowie den Gesichtspunkten für die optimale Dimensionierung von Schaltungen hinsichtlich des signal-Störabstandes gewidmet werden.

Es ist dem Verfasser gelungen, in dem vorliegenden ersten Teil den umfangreichen Stoff in einem verhältnismäßig kleinen Bändchen recht übersichtlich unterzubringen. Ein Literaturverzeichnis, das das einschlägige Schrifttum bis Anfang 1959 berücksichtigt, erleichtert das Eindringen in alle weitergehenden Fragen. Jeder, der das Bedürfnis hat, sich mit Problemen des Rauschens zu befassen, sei es der Praktiker, der um das Aufklären und Vermindern störender Effekte bemüht ist oder

auch der Physiker, der an diesen Fragen vom Grundsätzlichen her interessiert ist, wird mit Nutzen auf dieses Buch zurückgreifen.

H. BITTEL

**Jaeger, R. G.: Dosimetrie und Strahlenschutz.** Physikalische und technische Daten. Stuttgart: Georg Thieme 1959. 282 S. u. 97 Abb. Geb. DM 49.50.

Die Dosimetrie energiereicher Strahlung hat ihren Anfang genommen bei den medizinischen Anwendungen der Röntgenstrahlen und hat sich bald auf die Strahlungen der natürlich radioaktiven Substanzen ausgedehnt. Später hat sich das Feld sehr erweitert durch die künstlich radioaktiven Stoffe, durch Neutronenstrahlung und durch die Strahlungen von Beschleunigern für höhere Energie, insbesondere das Betatron. Zudem hat sich die Anwendung aller dieser Strahlungen vervielfacht; sie geht heute weit über das medizinische Gebiet hinaus. Die Dosimetrie hat sich dieser Entwicklung anpassen müssen. Sie hat deshalb eine komplizierte Geschichte. Zudem sind ihre physikalischen Grundlagen vielfältig und verwickelt. Unter diesen Umständen ist es ein großes Glück, wenn ein hervorragender Sachkenner wie R. JAEGER, der an der Entwicklung der Dosimetrie von Anfang an maßgebend mitgearbeitet hat, es unternimmt, eine zusammenfassende Darstellung der Dosimetrie aller Strahlenarten zu geben. Das Buch enthält eine Fülle von Zahlenangaben, Tabellen und Figuren, dazu einen auf das Notwendige beschränkten Text, und es hat offenbar das Ziel, den einigermaßen vorgebildeten Benutzer mit allem Material zu versorgen, das die Literatur für eigene Arbeit auf dem Gebiet der Dosimetrie zu geben hat. Dieses Ziel scheint mir voll erreicht zu sein. Durch den kurzen Text werden die komplizierten Zusammenhänge meist hervorragend entwirrt; an einzelnen Ausnahmen, wie der Behandlung der linearen und räumlichen Ionendichte auf S. 24—26, darf man kaum Anstoß nehmen. Etwas kurz scheint die Neutronendosimetrie gekommen zu sein. Auf diesem Gebiet bestehen aber tatsächlich noch große Lücken, und es ist sicher nicht das letzte Verdienst des ausgezeichneten Buches, daß der Leser bei der Aufzeigung des Vorhandenen



auf solche Lücken aufmerksam wird und Anregungen für die weitere Entwicklung des Gebiets erhält. Die Dosimetrie ist ein wichtiger Teil der quantitativen Behandlung energiereicher Strahlen, und ihre Entwicklung wird eine Voraussetzung für Fortschritte auf diesem Gebiet sein. H. MATER-LEIBNITZ

**Burrows, G.: Molecular Distillation.** Oxford: At the Clarendon Press 1960. 214 S. u. 45 Abb. Preis 35 s. nett.

Molekulardestillation nennt sich ein thermisches Trennverfahren, bei dem Moleküle aus einer erhitzten Flüssigkeitsoberfläche in ein hohes Vakuum ( $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$  Torr) verdampft und daraus an anderer Stelle durch eine gekühlte Kondensatorfläche niedergeschlagen werden. Da die Dampfszusammensetzung, die hier gegeben ist durch das Verhältnis der Verdampfungsgeschwindigkeiten der einzelnen Komponenten aus der Flüssigkeitsmischung, im allgemeinen eine andere ist als die Zusammensetzung der Ausgangsflüssigkeit, erhält man einen destillativen Trenneffekt. Das hohe Vakuum soll ein Zusammenstoßen der Moleküle auf ihrem Weg vom Verdampfer zum Kondensator unterbinden, damit eine Rückstreuung der Moleküle aus dem Dampfraum auf den Verdampfer möglichst vermieden wird. Der Vorzug der Molekulardestillation ist somit die bei vorgegebener Temperatur höchstmögliche Destillationsrate bzw. die bei vorgegebenem Durchsatz im Vergleich zu anderen destillativen Trennverfahren tiefstmögliche Arbeitstemperatur. Die Molekulardestillation besitzt deshalb besondere Bedeutung für die Trennung von Substanzgemischen, die hitzeempfindlich sind oder bei normaler Temperatur einen sehr niedrigen Dampfdruck besitzen.

Ein großer Teil des vorliegenden Buches behandelt Vakuumtechnik, mechanische Konstruktionsprinzipien und physikalische Destillationstheorie. Auf der Grundlage vereinfachter Gaskinetik werden die benötigten Formeln über Verdampfungs- und Destillationsgeschwindigkeit, Gas- und Dampfströmung hergeleitet. Eine Reihe von ausgeführten, diskontinuierlich oder kontinuierlich arbeitenden Destillationsapparaturen für Labor- und technischen Maßstab wird eingehend besprochen. Angegeben sind ferner Beispiele für analytische Trennungen (Hochpolymeren-Analyse), für präparative Zwecke (Anreicherung von Vitamin A aus Fischölen) und für industrielle Anwendungen (Gewinnung z. B. von Apiezonöl mit  $10^{-3}$  Torr Dampfdruck bei  $15^\circ\text{C}$ ).

Das Buch ist eine erste umfassende und geschlossene Darstellung der Grundlagen und der Technik dieses Trennverfahrens. Es ist in einem erfreulich klaren Stil geschrieben. Interessierten, in der Forschung tätigen Physikern, Chemikern und Verfahreningenieuren kann es sehr empfohlen werden.

R. SZIMANN

**Physikalische Meßmethoden.** (Band III des „Handbuches der technischen Betriebskontrolle“, herausgeg. von J. KRÖNERT-Erlangen.) 3. erweiterte und verbesserte Auflage. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G. 1959. XVI, 627 S. u. 328 Abb. DM 54.—

Die erste Auflage des III. Bandes vom Handbuch der technischen Betriebskontrolle erschien 1944. Die Zusammenstellung der „Physikalischen Meßmethoden“ kam den Bedürfnissen des wissenschaftlich-technischen Schrifttums sehr entgegen, denn das Buch war bald vergriffen. Die nun vorliegende 3. Auflage ist im Umfang wesentlich erweitert und verbessert.

In 10 Kapiteln — von verschiedenen namhaften Autoren verfaßt — werden Meßmethoden und -einrichtungen für die wichtigsten physikalischen Grundgrößen der technischen Betriebskontrolle behandelt.

1. Statische und quasistatische Druckmessungen, von H. EBERT-Ilmenau, 79 S. Dieser Beitrag ist in der Neuaufgabe — das verdient besonders hervorgehoben zu werden — auf den neuesten Stand der Meßtechnik gebracht (Literaturangaben bis 1957). — 2. Messung schnell veränderlicher Drücke und Kräfte, von L. MERZ-Karlsruhe, 48 S. Es werden die üblichen mechanischen und elektrischen Meßverfahren besprochen. Die zu knappe Behandlung der Meßtechnik mit Dehnmeßstreifen ist leider der Entwicklung auf diesem Gebiete nicht gerecht geworden. — 3. Messung von Viskosität und Plastizität, von W. PHILIPPOFF-Pfaffenburg (Obb.), 32 S. Hier findet sich ein summarischer Überblick über die zahlreichen üblichen Viskosimeter und Plastizitätsmeßgeräte. — 4. Temperaturmessung, von F. LIENEWEG-Karlsruhe, 214 S. Dieser Artikel ist der Haupt-

beitrag des Buches. In einer ausgezeichnet klaren und umfassenden Darstellung werden die verschiedensten Temperaturmeßverfahren samt Meßfehler, Fehlergrenzen, Korrekturfaktoren und Anwendungsbereiche angegeben. Die Konstruktion gebräuchlicher Thermometer wird eingehend besprochen. — 5. Messung des Innenraumklimas (Katathermometrie), von H. GRÜSS-Berlin, 23 S. Dieser Beitrag enthält eine knappe Darstellung über die Grundzüge der Messung raumklima-bestimmender Größen. — 6. Hygrometrische Verfahren, von H. GRÜSS-Berlin, 78 S. Ausführlich werden u. a. Taupunkt-messung, Psychrometrie, Bestimmung des Wassergehaltes fester und flüssiger Stoffe behandelt. Unter den erwähnten Hygrometern vermißt man leider die in den letzten Jahren technisch bedeutsam gewordenen elektrischen LiCl-Sonden. — 7. Bestimmung kalorischer Zustandsgrößen; Verfahren zur Bestimmung des Heizwertes, von J. KRÖNERT-Erlangen, 40 S. Es werden in diesem Beitrag vor allem Details über gebräuchliche technische Kalorimeter gegeben. — 8. Verfahren zur Bestimmung nutzbarer Wärmemengen, von G. GRÜSS-Berlin, 41 S. — 9. Verfahren zur Wärmeverlustmessung, von H. GRÜSS-Berlin, 12 S. 10. Methoden, die auf Volumenänderungen durch eine chemische Reaktion beruhen, von P. GMELIN-Mannheim, 30 S. Dieser Beitrag war ursprünglich für den IV. Band des Werkes vorgesehen, wo er unter der Überschrift: „Physikalische Analyseverfahren mit Zuhilfenahme von chemischen Reaktionen, von Absorption oder Kondensation“ eingereiht werden sollte. Es wird hier eine Reihe gasanalytischer Methoden besprochen, die vor allem für Rauchgasanalysen bedeutungsvoll sind.

Wie man aus der Thematik einzelner Abschnitte erkennt, wird dieser III. Band des Handbuches der technischen Betriebskontrolle außer Ingenieuren auch dem an „physikalischen Meßmethoden“ interessierten Physiker gute Dienste leisten.

R. SZIMANN

**Collatz, L.: The Numerical Treatment of Differential Equations.** Third Edition. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1960. 568 S. u. 118 Abb. GzL DM 98.—

Des Verfassers „Numerische Behandlung von Differentialgleichungen“ (1. Auflage 1951, 2. Auflage 1955) ist längst zu einem internationalen Standardwerk über diesen Gegenstand geworden. Es wird deshalb im Ausland sehr begrüßt werden, daß die 3. Auflage nun in englischer Übersetzung erschienen ist. Gegenüber der zweiten Auflage wurden eine Reihe kleiner Verbesserungen und Änderungen vorgenommen und weitere Literaturhinweise angefügt. Wie in der deutschen Auflage folgen einem Kapitel über die mathematischen Methoden und Hilfsmittel die Abschnitte über die Behandlung der Anfangs- und Randwertaufgaben bei gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen, ein Abschnitt über Integral- und Funktionalgleichungen und schließlich im Anhang eine Reihe nützlicher Tafeln.

R. ALBRECHT

**Atlas of  $\gamma$ -Ray Spectra from Radiative Capture of Thermal Neutrons.** (Erschienen als Band I, Div. IV: Isotopes and Radiation in der „International Series of Monographs on Nuclear Energy“, herausgeg. von R. A. CHARPÉ u. J. V. DUNWORTH.) Von L. V. GROSEV, A. M. DEMIDOV, V. N. LUTSENKO u. V. I. PELEKHOV. Übersetzt aus dem Russischen von J. B. SYKES. London-New York-Paris-Los Angeles: Pergamon Press 1959. 198 S. u. 160 Abb. GzL £ 7 net.

Der Atlas enthält für 66 Elemente in ganzseitigen graphischen Darstellungen und Tabellen  $\gamma$ -Spektren, die nach dem Einfang thermischer Neutronen emittiert werden. Er stellt eine erste Zusammenfassung dar der in der Zeitschriftenliteratur bis Januar 1958 von verschiedenen Forschern publizierten Arbeiten. Vorhanden sind außerdem: 1. Eine Tabelle über stabile Isotope (enthaltend u. a. Einfangsquerschnitt für thermische Neutronen und Bindungsenergie des Neutrons in entstandenen Nuklid); 2. eine Zusammenstellung über Konversionselektronen, die von einigen Isotopen beim Neutroneneinfang emittiert werden ( $\text{Cd}^{114}$ ,  $\text{Sm}^{150}$ ,  $\text{Gd}^{155, 158}$ ,  $\text{Dy}^{165}$ ,  $\text{Hg}^{200}$ ); 3.  $\gamma$ -Linien einiger radioaktiver Nuklide, die im  $\gamma$ -Spektrum der ( $n, \gamma$ )-Reaktion erscheinen können.

Dieser Atlas ist eine beachtenswerte und wertvolle Unterlage nicht allein für den Kernphysiker, sondern auch für den in der Reaktortechnik, Radiobiologie oder Radiochemie tätigen Forscher.

R. SZIMANN